ENGENHARIA QUÍMICA
Universidade Federal de Goiás

Determinação dos Coeficientes Individuais de Transferência de Massa por Convecção

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
Disciplina: Fenômenos de Transporte 3
site: www.dyrney.com

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

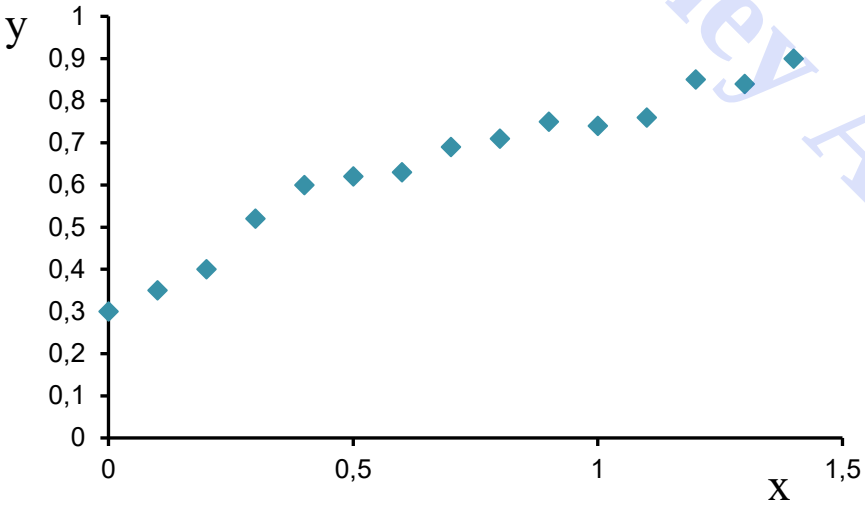
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

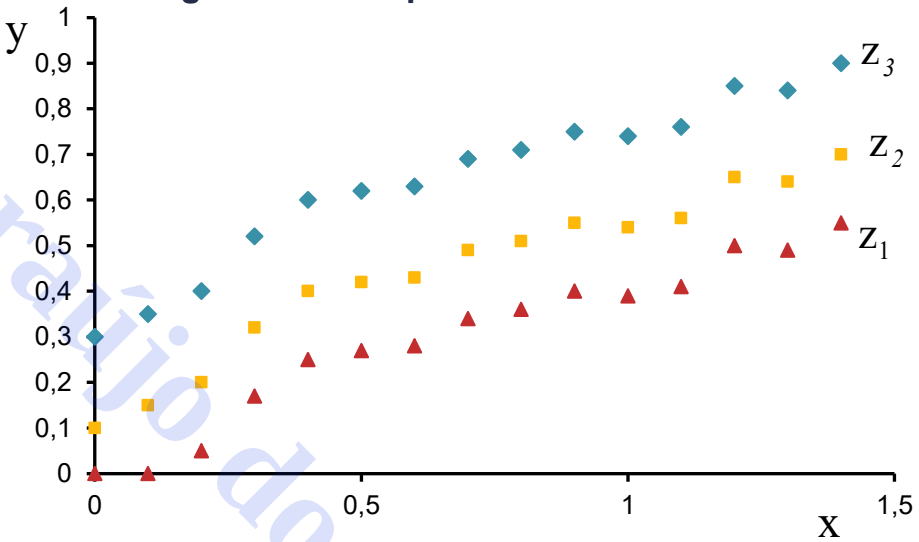
4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

Problemas complexos ou que não tenham uma teoria ainda bem posta podem ser tratados de forma empírica. Exemplos de como se obter, experimentalmente, correlações entre variáveis:

a) Se y = y(x), pode-se variar x e medir y e, após obter um gráfico de dispersão, ajustar um modelo estatístico



b) Se y = y(x, z), pode-se manter x constante, variar z e medir y e, após obter os dados, realizar uma regressão múltipla



Esta metodologia de "fixar e variar variáveis", entretanto, é inadequada para um conjunto muito grande de variáveis, pois necessita de um número muito grande de experimentos para se obter uma correlação, ou seja, alto custo de matéria-prima e operação.

Solução: Utilizar a análise dimensional para encontrar os grupos adimensionais relevantes ao problema em questão e, desta forma, reduzir o número de experimentos necessários.

Análise Dimensional: Método para reduzir o número e a complexidade das variáveis experimentais que afetam um dado fenômeno físico, pela aplicação de um tipo de técnica de "compactação".

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

Definição do Teorema π-Buckingham: teorema utilizado na Análise Dimensional para encontrar um conjunto de parâmetros adimensionais relevantes ao problema estudado a fim de simplificá-lo.

Edgar Buckingham
(1867 – 1940)
(Físico norte americano)

Etapas que compõem o Teorema de Buckingham

1ª Listam-se as variáveis relevantes ao problema em análise (n_v);

2ª Seleciona-se um sistema básico de dimensões (M = massa; L = comprimento; T = tempo; θ = temperatura);

3ª Constrói-se a matriz dimensional das variáveis envolvidas. Os elementos da matriz dimensional são os expoentes a que estão elevados cada um dos termos da representação dimensional da variável;

4ª Determina-se o rank (*r*) da matriz dimensional, que é a ordem do maior determinante não nulo subtendido pela matriz;

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

5ª) Calcula-se o número de grupos adimensionais relevantes ao fenômeno (*π* grupos através da Equação abaixo):

$$n_{\pi} = n_{v} - r$$

6ª) Escolhe-se o núcleo de variáveis que consiste de um subgrupo de *r* variáveis que deve necessariamente conter todas as dimensões envolvidas no problema;

É aconselhável, sempre que possível, escolher uma variável *geométrica*, uma *cinemática*, uma *dinâmica* e uma *térmica* para comporem o núcleo.

7ª) Resolve-se o sistema de equações dimensionais obtidos a partir da combinação das variáveis que compõem o núcleo com cada uma das variáveis restantes e obtêm-se os *π* grupos;

8ª) Verifica-se a independência dos grupos e realizam-se experimentos para correlacioná-los.

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

1) Convecção Forçada de Massa: **Análise dos adimensionais relevantes pelo teorema de π-Buckingham**

(i) Variáveis relevantes (n_v) e sistema básico de dimensões (MLTθ)

x: dimensão característica [L];

v: velocidade média do fluido [LT^{-1}];

ρ: massa específica do fluido [ML^{-3}];

μ: viscosidade do fluido [$ML^{-1}T^{-1}$];

k_c: coeficiente individual de transferência de massa [LT^{-1}].

D_{AB}: difusividade mássica [L^2T^{-1}];

(ii) Matriz Dimensional

$$\begin{array}{c} \\ M \\ L \\ T \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} x & v & \rho & \mu & D_{AB} & k_c \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

(iii) Rank (r): ordem do maior determinante não nulo (variáveis independentes)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \longrightarrow \boxed{r\ (\text{rank}) = 3}$$

(iv) Número de grupos adimensionais relevantes (π grupos)

$$n_\pi = n_v - r \longrightarrow n_\pi = 6 - 3 \longrightarrow \boxed{n_\pi = 3\ (3 \text{ grupos adimensionais})}$$

(v) Escolhe-se um núcleo para a determinação dos π grupos

Núcleo:
- **x – variável geométrica**
- **v – variável cinemática**
- **μ – variável dinâmica**

Deve-se combinar cada uma das variáveis do núcleo com as variáveis restantes para encontrar os adimensionais.

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

(vi) **Determinação dos números adimensionais**

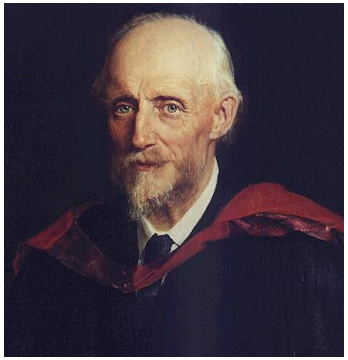
(a) $\Pi_1 = x^a V^b \mu^c \rho$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^0L^1T^0\right]^a \left[M^0L^1T^{-1}\right]^b \left[M^1L^{-1}T^{-1}\right]^c \left[M^1L^{-3}T^0\right]$$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^{0a+0b+1c+1}L^{1a+1b-1c-3}T^{0a-1b-1c-0}\right]$$

Equacionando M, L e T resulta no seguinte sistema

$$\left.\begin{array}{l} \text{M: } 0a+0b+1c+1=0 \\ \text{L: } 1a+1b-1c-3=0 \\ \text{T: } 0a-1b-1c+0=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{array}$$



Osborne Reynolds (1842-1912)
(Físico e engenheiro irlandês)

Logo, retornando ao Π_1:

$$\Pi_1 = xV\mu^{-1}\rho \longrightarrow \boxed{\Pi_1 = Re = \frac{xV\rho}{\mu}}$$

sendo: $\boxed{\text{Reynolds} = \dfrac{\text{forças de inércia}}{\text{forças viscosas}}}$

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

(vi) **Determinação dos número adimensionais**

(b) $\Pi_2 = x^a V^b \mu^c D_{AB}$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^0L^1T^0\right]^a \left[M^0L^1T^{-1}\right]^b \left[M^1L^{-1}T^{-1}\right]^c \left[M^0L^2T^{-1}\right]$$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^{0a+0b+1c+0}L^{1a+1b-1c+2}T^{0a-1b-1c-1}\right]$$

Equacionando M, L e T resulta no seguinte sistema

$$\left.\begin{array}{ll} \text{M:} & 0a+0b+1c+0=0 \\ \text{L:} & 1a+1b-1c+2=0 \\ \text{T:} & 0a-1b-1c-1=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = -1 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{array}$$

Logo, retornando ao Π_2:

$$\Pi_2 = x^{-1}V^{-1}\mu^0 D_{AB} \longrightarrow \boxed{\Pi_2 = \frac{D_{AB}}{xV}}$$

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

(vi) **Determinação dos número adimensionais**

(c) $\Pi_3 = x^a V^b \mu^c k_c$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^0L^1T^0\right]^a \left[M^0L^1T^{-1}\right]^b \left[M^1L^{-1}T^{-1}\right]^c \left[M^0L^1T^{-1}\right]$$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^{0a+0b+1c+0}L^{1a+1b-1c+1}T^{0a-1b-1c-1}\right]$$

Equacionando M, L e T resulta no seguinte sistema

$$\left.\begin{array}{ll} \text{M:} & 0a+0b+1c+0=0 \\ \text{L:} & 1a+1b-1c+1=0 \\ \text{T:} & 0a-1b-1c-1=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{array}$$

Logo, retornando ao Π_3:

$$\Pi_3 = x^0 V^{-1} \mu^0 k_c \longrightarrow \boxed{\Pi_3 = \frac{k_c}{V}}$$

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

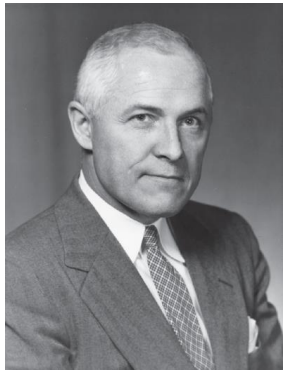
4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

Dividindo Π_3 por Π_2, tem-se:

$$\frac{\Pi_3}{\Pi_2} = \frac{k_c}{V}\frac{xV}{D_{AB}} = \frac{k_c x}{D_{AB}} \longrightarrow \boxed{Sh = \frac{k_c x}{D_{AB}}}$$

sendo: $$\boxed{\text{Sherwood} = \frac{\text{resistência ao transporte de massa por difusão}}{\text{resistência ao transporte de massa por convecção}}}$$



Thomas Kilgore Sherwood
(1903-1976)
(Engenheiro Químico americano (MIT))

Fazendo $1/(\Pi_1\ \Pi_2)$ tem-se:

$$\frac{1}{\Pi_1\Pi_2} = \frac{\mu}{xV\rho}\frac{xV}{D_{AB}} = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} \longrightarrow \boxed{Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}}$$

sendo: ν a viscosidade cinemática ou difusividade de quantidade de movimento

sendo: $$\boxed{\text{Schmidt} = \frac{\text{velocidade de transporte de quantidade de movimento}}{\text{velocidade de transporte de massa}}}$$

Ernst Heinrich Wilhelm Schmidt
(1892-1975)
(Termodinamicista alemão)

Importante: representa a magnitude relativa entre as camadas limite hidrodinâmica e de massa

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

Conclusão: **desta forma, o resultado da análise dimensional de transferência de massa *por convecção forçada* indica a existência de uma correlação da forma:**

Estimativa Local:

$$Sh_x = f\left(Re_x, Sc, x\right)$$

Estimativa Média:

$$Sh = f\left(Re, Sc\right)$$

Assim como o "Número de Prandlt" representa a razão entre a difusividade de quantidade de movimento e a difusividade térmica, o "Número de Schmidt" representa a razão entre a difusividade de quantidade de movimento e a difusividade mássica, o "Número de Lewis", abaixo, representa a razão entre a difusividade térmica e a difusividade mássica:

$$\mathrm{Le} = \frac{k}{\rho c_p D_{AB}} = \frac{\alpha}{D_{AB}}$$

sendo:

$$\mathrm{Lewis} = \frac{\text{velocidade de transporte térmico}}{\text{velocidade de transporte de massa}}$$

Warren Kendall Lewis (1882-1975) – Engenheiro Químico americano (MIT)
Conhecido como: "Pai da Engenharia Química moderna"

Importante: **representa a magnitude relativa entre as camadas limite térmica e de massa**

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

2) Convecção Natural de Massa: **Análise dos adimensionais relevantes pelo teorema de π-Buckingham**

(i) Variáveis relevantes (n_v) e sistema básico de dimensões (MLTθ)

x: dimensão característica [L];

ρ: massa específica do fluido [ML^{-3}];

k_c: coeficiente individual de transferência de massa [LT^{-1}].

Δρg: diferença de peso especifico [$ML^{-2}T^{-2}$];

μ: viscosidade do fluido [$ML^{-1}T^{-1}$];

D_{AB}: difusividade mássica [L^2T^{-1}];

(ii) Matriz Dimensional

$$\begin{array}{c} \\ M \\ L \\ T \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} x & \Delta\rho g & \rho & \mu & D_{AB} & k_c \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

(iii) Rank (r): ordem do maior determinante não nulo (variáveis independentes)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \longrightarrow \boxed{r\ (\text{rank}) = 3}$$

(iv) Número de grupos adimensionais relevantes (π grupos)

$$n_\pi = n_v - r \longrightarrow n_\pi = 6 - 3 \longrightarrow \boxed{n_\pi = 3\ (3 \text{ grupos adimensionais})}$$

(v) Escolhe-se um núcleo para a determinação dos π grupos

Núcleo:
- **x – variável geométrica**
- **ρ – variável dinâmica**
- **μ – variável dinâmica**

Deve-se combinar cada uma das variáveis do núcleo com as variáveis restantes para encontrar os adimensionais.

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

(vi) **Determinação dos número adimensionais**

(a) $\Pi_1 = x^a \rho^b \mu^c k_c$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^0L^1T^0\right]^a \left[M^1L^{-3}T^0\right]^b \left[M^1L^{-1}T^{-1}\right]^c \left[M^0L^1T^{-1}\right]$$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^{0a+1b+1c+0}L^{1a-3b-1c+1}T^{0a+0b-1c-1}\right]$$

Equacionando M, L e T resulta no seguinte sistema

$$\left.\begin{array}{ll} \text{M:} & 0a+1b+1c+0=0 \\ \text{L:} & 1a-3b-1c+1=0 \\ \text{T:} & 0a+0b-1c-1=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{array}$$

Logo, retornando ao Π_1:

$$\Pi_1 = x^1\rho^1\mu^{-1}k_c \longrightarrow \boxed{\Pi_1 = \frac{x\rho k_c}{\mu}}$$

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

(vi) **Determinação dos números adimensionais**

(b) $\Pi_2 = x^a \rho^b \mu^c D_{AB}$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^0L^1T^0\right]^a \left[M^1L^{-3}T^0\right]^b \left[M^1L^{-1}T^{-1}\right]^c \left[M^0L^2T^{-1}\right]$$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^{0a+1b+1c+0}L^{1a-3b-1c+2}T^{0a+0b-1c-1}\right]$$

Equacionando M, L e T resulta no seguinte sistema

$$\left.\begin{array}{ll} \text{M:} & 0a+1b+1c+0=0 \\ \text{L:} & 1a-3b-1c+2=0 \\ \text{T:} & 0a+0b-1c-1=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{array}$$

Ernst Heinrich Wilhelm Schmidt
(1892-1975)
(Termodinamicista alemão)

Logo, retornando ao Π_2:

$$\Pi_2 = x^0 \rho^1 \mu^{-1} D_{AB} \longrightarrow \boxed{\frac{1}{\Pi_2} = Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \frac{\nu}{D_{AB}}}$$

Que é o *Número de Schmidt* visto na convecção forçada

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

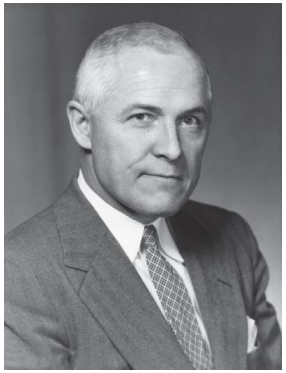
4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

Dividindo Π_1 por Π_2, tem-se:

$$\frac{\Pi_1}{\Pi_2} = \frac{x\rho k_c}{\mu}\frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \frac{xk_c}{D_{AB}} \longrightarrow \boxed{Sh = \frac{xk_c}{D_{AB}}}$$

Que é o *Número de Sherwood* visto na convecção forçada



Thomas Kilgore Sherwood (1903-1976) (Engenheiro Químico americano (MIT))

(c) $\Pi_3 = x^a \rho^b \mu^c \Delta\rho g$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^0L^1T^0\right]^a \left[M^1L^{-3}T^0\right]^b \left[M^1L^{-1}T^{-1}\right]^c \left[M^1L^{-2}T^{-2}\right]$$

$$\left[M^0L^0T^0\right] = \left[M^{0a+1b+1c+1}L^{1a-3b-1c-2}T^{0a+0b-1c-2}\right]$$

Equacionando M, L e T resulta no seguinte sistema

$$\left.\begin{array}{ll} \text{M:} & 0a+1b+1c+1=0 \\ \text{L:} & 1a-3b-1c-2=0 \\ \text{T:} & 0a+0b-1c-2=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{array}$$

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.9 Análise Dimensional da Transferência de Massa por Convecção

Logo, retornando ao Π_3:

$$\Pi_3 = x^3 \rho^1 \mu^{-2} \Delta\rho g \longrightarrow \boxed{\Pi_3 = Gr = \frac{x^3 \rho \Delta\rho g}{\mu^2}}$$

sendo: $$\boxed{\text{Grashof} = \frac{\text{força de empuxo}}{\text{força viscosa}}}$$

Franz Grashof
(1826-1893)
(Engenheiro alemão)

Conclusão: desta forma, o resultado da análise dimensional de transferência de massa *por convecção natural* indica a existência de uma correlação da forma:

Estimativa Local:

$$\boxed{Sh_x = f\left(Gr_x, Sc, x\right)}$$

Estimativa Média:

$$\boxed{Sh = f\left(Gr, Sc\right)}$$

A redução do número de variáveis de 6 para 3, tanto na convecção forçada quanto na convecção natural de massa, ajudou os pesquisadores que sugeriram correlações dessas formas para fornecer muitas das equações empíricas que serão reportadas adiante neste curso.

Prof Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.1 Transferência de Massa sobre Placas Planas

a) Escoamento Laminar (Re < 5x10⁵)

(Coeficientes Médios)
$$Sh_L = \frac{k_c L}{D_{AB}} = 0,664\,\mathrm{Re}_L^{1/2}\,Sc^{1/3} \qquad (0,6 \le Sc \le 2500)$$

(Coeficientes Locais)
$$Sh_x = \frac{k_{c,x} x}{D_{AB}} = 0,332\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,Sc^{1/3} \qquad (0,6 \le Sc \le 2500)$$

b) Escoamento Turbulento (Re > 5x10⁵)

(Coeficientes Médios)
$$Sh_L = \frac{k_c L}{D_{AB}} = 0,0365\,\mathrm{Re}_L^{0,8}\,Sc^{1/3} \qquad (0,6 \le Sc \le 2500)$$

(Coeficientes Locais)
$$Sh_x = \frac{k_{c,x} x}{D_{AB}} = 0,0292\,\mathrm{Re}_x^{0,8}\,Sc^{1/3} \qquad (0,6 \le Sc \le 2500)$$

O número de Reynolds médio e local são definidos abaixo, sendo V_∞ a velocidade do fluido na corrente livre, L o comprimento total da placa (dimensão na direção do escoamento) e x a distância sobre a placa com relação à borda de ataque do fluido; ρ e μ são normalmente aproximadas como os da espécie B na concentração diluída de A.

$$\mathrm{Re}_L = \frac{\rho V_\infty L}{\mu} \qquad \mathrm{Re}_x = \frac{\rho V_\infty x}{\mu}$$

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.2 Transferência de Massa sobre uma Esfera Única

a) Ausência de efeitos da convecção natural → $\mathrm{Re}_D \geq 0,4 Gr_D^{1/2} Sc^{-1/6}$

Re é calculado com base nas propriedades do fluido adjacente

i) Transferência para correntes líquidas

$$Sh_D = \frac{k_L D}{D_{AB}} = \left(4,0 + 1,21 \mathrm{Re}_D^{2/3} Sc^{2/3}\right)^{1/2} \quad \left(\mathrm{Re}_D\, Sc < 10.000\right)$$

ou

$$Sh_D = \frac{k_L D}{D_{AB}} = 1,01 \mathrm{Re}_D^{1/3} Sc^{1/3} \quad \left(\mathrm{Re}_D\, Sc > 10.000\right)$$

ii) Transferência para correntes gasosas

$$Sh_D = \frac{k_c D}{D_{AB}} = 2,0 + 0,552 \mathrm{Re}_D^{1/2} Sc^{1/3} \quad \begin{cases} 2 < \mathrm{Re}_D < 12.000 \\ 0,6 < Sc < 2,7 \end{cases}$$

b) Presença dos efeitos da convecção natural → $\mathrm{Re}_D < 0,4 Gr_D^{1/2} Sc^{-1/6}$

$$Sh_D = \frac{k_L D}{D_{AB}} = Sh_0 + 0,347\left(\mathrm{Re}_D\, Sc^{1/2}\right)^{0,62} \quad \begin{cases} 2 < \mathrm{Re}_D < 3\times10^4 \\ 0,6 < Sc < 3200 \end{cases}$$

Sendo:

$$Sh_0 = 2,0 + 0,569\left(Gr_D Sc\right)^{0,25} \quad \left(Gr_D Sc \leq 10^8\right)$$

$$Sh_0 = 2,0 + 0,0254\left(Gr_D Sc\right)^{1/3}\left(Sc\right)^{0,244} \quad \left(Gr_D Sc \geq 10^8\right)$$

O número de Grashof é definido abaixo; ρ_L e μ_L são obtidos nas condições macroscópicas do fluido e ρ_G na temperatura e pressão da bolha de gás

$$Gr_D = \frac{D^3 \rho_L g \left(\rho_L - \rho_G\right)}{\mu_L^2}$$

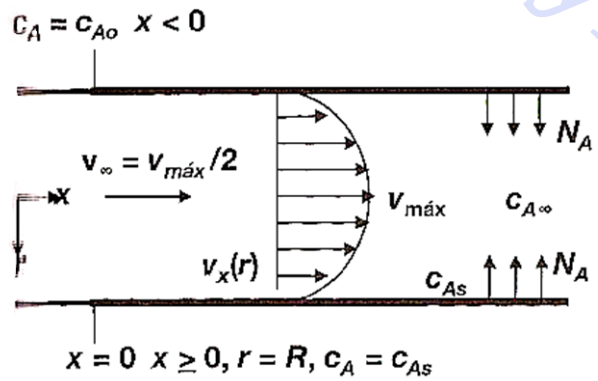
Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.3 Transferência de Massa no interior de Dutos



Fonte: Welty et al. (2017)

a) Correlação de Gilliland e Sherwood (1934): vaporização de líquido no ar escoando no interior de uma tubulação

$$\frac{k_c D}{D_{AB}} \frac{P_{B,\ln}}{P} = 0,023\,\mathrm{Re}_D^{0,83}\, Sc^{0,44} \qquad 2.000 < \mathrm{Re}_D < 35.000 \qquad 0,6 < Sc < 2,5$$

Para soluções diluídas do componente A no gás de arraste B, a densidade e a viscosidade são aproximadas pelas do gás de arraste e $P_{B,\ln}$ se aproxima de P (pressão total do sistema)

b) Correlação de Linton e Sherwood (1950): transferência de um componente da parede do tubo para um líquido em escoamento

$$Sh_D = \frac{k_L D}{D_{AB}} = 0,023\,\mathrm{Re}_D^{0,83}\, Sc^{1/3} \qquad 2000 < \mathrm{Re}_D < 35.000 \qquad 1000 < Sc < 2260$$

Novamente para soluções diluídas, a densidade e a viscosidade são aproximadas pelas do solvente de arraste B

c) Correlação análoga de Sieder-Tate de calor: transferência de um componente da parede do tubo para um gás em escoamento – Regime Laminar

$$Sh_D = \frac{k_c D}{D_{AB}} = 1,86\left(\frac{D}{L}\mathrm{Re}_D\, Sc\right)^{1/3} \qquad \mathrm{Re}_D < 2000 \qquad \mathrm{Re}_D\, Sc\,(D/L) > 10$$

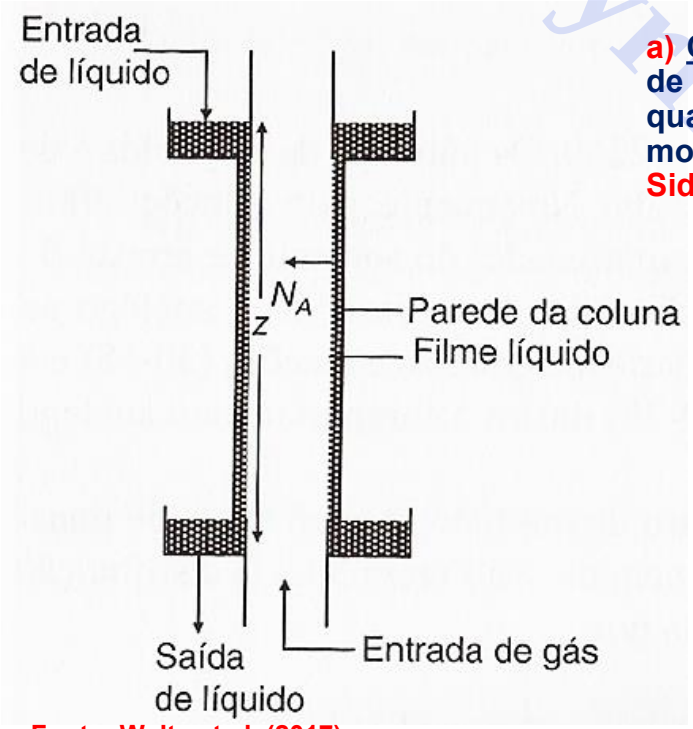
Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.4 Transferência de Massa em Colunas de Parede Molhada



Fonte: Welty et al. (2017)

a) Correlações para o coeficiente no Filme gasoso: O coeficiente convectivo de transferência de massa para o filme gás, tanto para escoamento laminar quanto para turbulento, pode ser estimado com base nas correlações mostradas anteriormente (Ex.: Correlações de Gilliland e Sherwood e de Sider-Tate, respectivamente)

b) Correlação para o coeficiente no Filme líquido: Vivian e Peaceman (1958) propuseram a seguinte correlação para a transferência de massa de um soluto para um filme líquido descendente que molha uniformente a superfície interna de um tubo

$$Sh = \frac{k_L z}{D_{AB}} = 0,433 Sc^{1/2} \left(\frac{\rho_L^2 g z^3}{\mu_L^2} \right)^{1/6} \mathrm{Re}_L^{0,4}$$

em que z é o comprimento de contato do filme descendente; Sc é o número de Schmidt para o soluto dissolvido no líquido, calculado na temperatura do filme líquido.

Re da superfície do líquido escoando na superfície interna do tubo molhado é definido como:

$$\mathrm{Re}_L = \frac{4w}{\pi D \mu_L}$$

sendo *w* a taxa mássica de líquido (kg/s), *D* o diâmetro interno da coluna

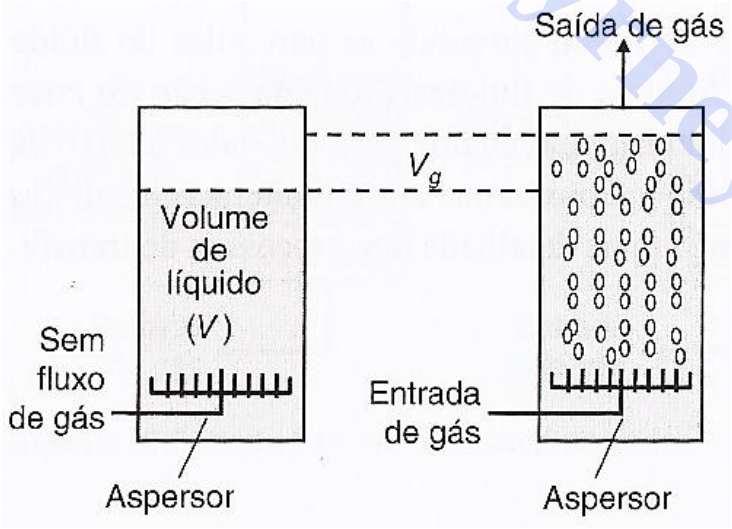
Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.5 Transferência de Massa Líquido-Gás em Colunas de Borbulhamento



Borbulhamento de ar na base para a transferência de O_2

Fonte: Welty et al. (2017)

Aumento da área interfacial para transferência de massa: usado no "tratamento de águas residuárias" e em "operações de fermentação aeróbica"

As bolhas sobem no líquido pelo processo de convecção natural

i) Diâmetro médio de bolha (d_b) menor do que 2,5 mm (Calderbank e Moo-Young, 1961)

$$Sh_d = \frac{k_L d_b}{D_{AB}} = 0,31 Gr_d^{1/3} Sc^{1/3}$$

ii) Diâmetro médio de bolha (d_b) maior ou igual a 2,5 mm (Calderbank e Moo-Young, 1961)

$$Sh_d = \frac{k_L d_b}{D_{AB}} = 0,41 Gr_d^{1/3} Sc^{1/2}$$

O número de Grashof é definido abaixo; ρ_L e μ_L são obtidos nas condições macroscópicas do fluido e ρ_G na temperatura e pressão da bolha de gás. Para soluções diluídas, as propriedades do solvente são próximas às propriedades da mistura líquida. D_{AB} se refere ao soluto A no solvente B

$$Gr_D = \frac{d_b^3 \rho_L g (\rho_L - \rho_G)}{\mu_L^2}$$

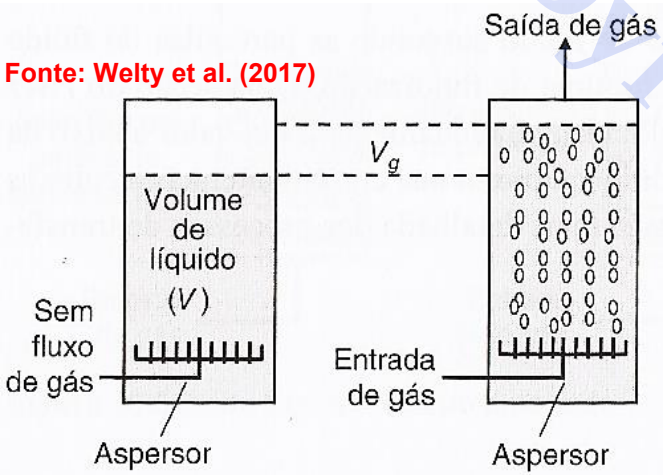
Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.5 Transferência de Massa Líquido-Gás em Colunas de Borbulhamento



A área específica da transferência de massa entre as fases (a) é definida por

$$a = \frac{A_i}{V_{líq}} = \frac{\text{área disponível para a transferência de massa entre fases } (m^2)}{\text{volume de líquido } (m^3)}$$

Logo, a taxa de transferência total do componente A no líquido B ($\dot{N}_A$) é dada por:

$$\dot{N}_A = N_A \frac{A_i}{V_{líq}} V_{líq} = K_L a V_{líq} \left(C_{AL}^* - C_{AL} \right)$$

No caso em que A é pouco solúvel em B (Ex.: O_2 em água), $K_L \approx k_L$, (estimado pelas correlações mostradas anteriormente)

O parâmetro "a" pode ser estimado a partir da "razão de retenção do gás no líquido aerado" (ϕ_g), definido abaixo:

$$\phi_g = \frac{V_g}{V_{líq}}$$

Logo, para um diâmetro médio de bolha d_b, tem-se:

$$a = \frac{A_i}{V_{líq}} = \frac{V_g}{V_{líq}} \times \frac{\text{área da bolha}}{\text{volume da bolha}} = \phi_g \frac{\pi d_b^2}{\pi d_b^3 / 6} = \frac{6\phi_g}{d_b}$$

Para uma coluna de bolhas usando líquidos análogos à água, ϕ_g pode ser estimado por:

$$\frac{\phi_g}{\left(1-\phi_g\right)^4} = 0,20 \left(\frac{gD^2 \rho_L}{\sigma_L} \right)^{1/8} \left(\frac{gD^3}{\nu_L^2} \right)^{1/12} \left(\frac{u_{gs}}{\sqrt{gD}} \right)$$

sendo σ a tensão superficial do líquido, D o diâmetro da coluna e u_{gs} a velocidade superficial do gás pela coluna vazia

O diâmetro de bolha de gás pode ser estimado pela seguinte correlação, sendo d_o o diâmetro do orifício do aspersor de gás →

$$d_b = \left[\frac{6 d_0 \sigma_L}{g\left(\rho_L - \rho_G\right)} \right]^{1/3}$$

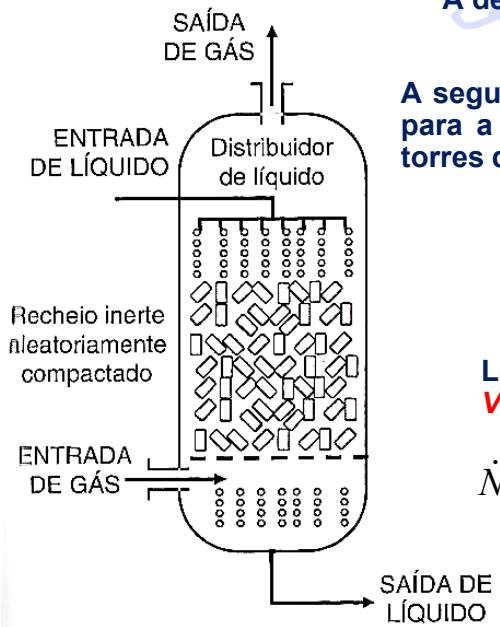
Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.6 Transferência de Massa em Torres Recheadas



A determinação da área interfacial para a transferência (A_i) é muito difícil de estimar pois depende do tipo de recheio e do complexo escoamento multifásico envolvido.

A seguinte correlação proposta por Sherwood e Holloway (1940) pode ser utilizada para a estimativa do coeficiente de transferência de massa de filmes líquidos em torres de recheio

$$\frac{k_L a}{D_{AB}} = \alpha \left(\frac{L}{\mu}\right)^{1-n} \left(\frac{\mu}{\rho D_{AB}}\right)^{0,5}$$

Utilizar as seguintes unidades: $k_L a$ [h^{-1}]; L [$lb_m/ft^2.h$] – taxa mássica do líquido por área da seção transversal da torre vazia; μ [$lb_m/ft.h$] – viscosidade do líquido; ρ [lb_m/ft^3] – densidade do líquido; D_{AB} [ft^2/h].

Logo, a taxa de transferência total do componente A no líquido B ($\dot{N}_A$) é dada por, sendo *V* o volume do equipamento:

$$\dot{N}_A = N_A \frac{A_i}{V} V = K_L a V \left(C_{AL}^* - C_{AL}\right)$$

No caso em que A é pouco solúvel em B, $K_L \approx k_L$, (estimado pela correlação mostrada acima)

Anéis **Selas**

Recheio	α	n
Aneis de 2,0 in	80	0,22
Aneis de 1,5 in	90	0,22
Aneis de 1,0 in	100	0,22
Aneis de 0,5 in	280	0,35
Aneis de 0,375 in	550	0,46
Selas de 1,5 in	160	0,28
Selas de 1,0 in	170	0,28
Selas de 0,375 in	150	0,28

Fonte: Welty et al. (2017)

Fonte: Welty et al. (2017)

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

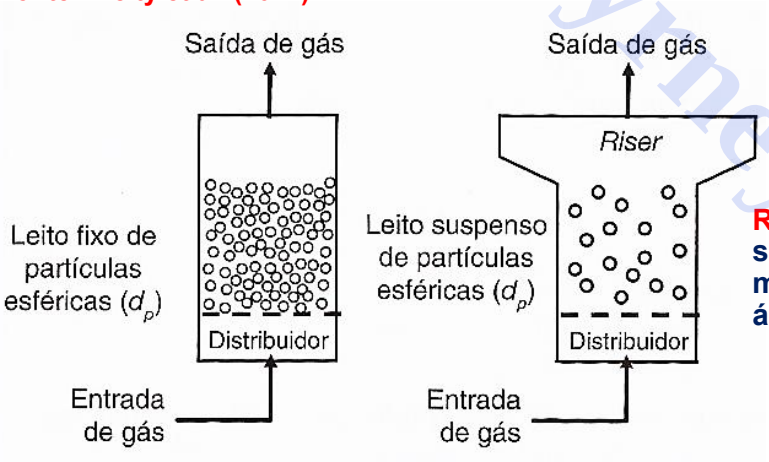
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.10 Correlações para a Transferência de Massa por Convecção

4.10.7 Transferência de Massa em Leitos Fixos e Fluidizados

Fonte: Welty et al. (2017)



a) Correlação de Sherwood, Pigford e Wilke (1975): transferência de massa em leitos fixos com uma fase gasosa em escoamento.

$$\frac{k_c}{u_{média}} Sc^{2/3} = 1{,}17\,\mathrm{Re}_d^{-0{,}415} \qquad 10 < \mathrm{Re}_d < 2500$$

Re e a área interfacial para a transferência de massa (A_i) são definidos abaixo, sendo $u_{médio}$ a velocidade média superficial do gás no leito vazio, d_p o diâmetro médio da partícula equivalente a uma esfera, V_{ol} o volume do leito vazio A_{esf} a área superficial de uma esfera e V_e o volume de uma esfera

$$\mathrm{Re}_d = \frac{\rho d_p u_{média}}{\mu} \qquad A_i = \mathrm{V_{ol}} \frac{A_{esfera}}{\mathrm{V}_e} = \mathrm{V_{ol}} \frac{\pi}{d_p}$$

b) Correlação de Wilson e Geankoplis (1966): para leitos fixos e leva em consideração a porosidade do leito de material (ε) definido como o volume do espaço vazio entre as partículas dividido pelo volume total (espaço vazio + partículas)

$$\varepsilon \frac{k_c}{u_{média}} Sc^{2/3} = \frac{1{,}09}{\mathrm{Re}_d} \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} 165 < Sc < 70.600 \\ 0{,}35 < \varepsilon < 0{,}75 \end{array} \quad \text{ou} \quad \varepsilon \frac{k_c}{u_{média}} Sc^{2/3} = \frac{0{,}25}{\mathrm{Re}_d^{0{,}31}} \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} 55 < \mathrm{Re}_d < 1500 \\ 165 < Sc < 10.690 \end{array}$$

c) Correlação de Gupta e Thodos (1962): para leitos fluidizados tanto por gás quanto por líquido

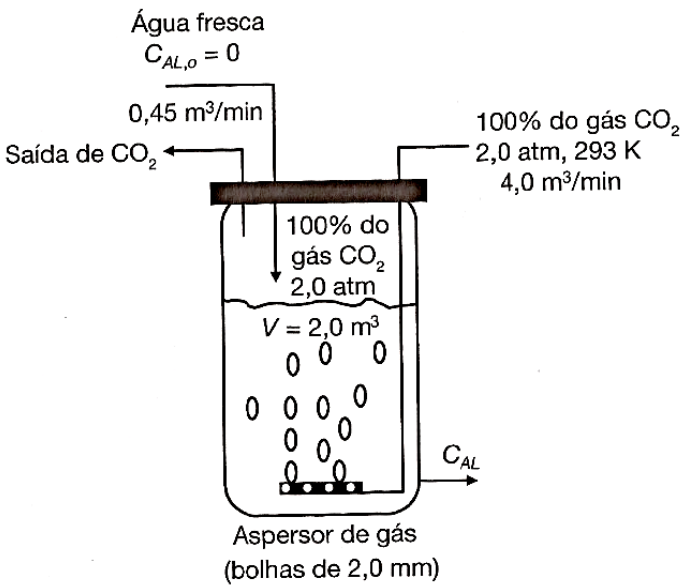
$$\varepsilon \frac{k_c}{u_{média}} Sc^{2/3} = 0{,}010 + \frac{0{,}863}{\mathrm{Re}_d^{0{,}58} - 0{,}483} \qquad 90 < \mathrm{Re}_d < 4000$$

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

Exercício Proposto 8: O tanque bem misturado de bolhas, ilustrado na figura a seguir, é usado para preparar água carbonatada necessária para a produção de refrigerante. O volume total no tanque (água + bolhas de gás) é $V = 2{,}0\ m^3$. Água pura ($\rho_{água} = 998{,}2\ kg/m^3$; $\mu_{água} = 9{,}93\times10^{-4}\ kg/(m.s)$), isenta de CO_2, é continuamente adicionada ao tanque e a água carbonatada, contendo CO_2 dissolvido, sai continuamente do tanque. CO_2 ($\rho_{CO2} = 1{,}7\ kg/m^3$) puro a 2,0 atm e 293 K é borbulhado na base do tanque por meio de aspersores de gás. Nestas condições, a "razão de retenção do gás no líquido" (ϕ_g) dentro do tanque é 0,05 m^3 de gás/m^3 de líquido e o diâmetro médio da bolha liberada pelo aspersor é 2,0 mm. O gás CO_2 não absorvido pela água sai do tanque. A temperatura do processo é mantida constante a 293 K. O processo é 100% controlado pelo filme líquido, uma vez que somente o CO_2 puro está presente na fase gasosa. A constante da lei de Henry para a dissolução do CO_2 na água é 29,6 atm.m^3/kmol (Lei de Henry: $P_{A,i} = H\times C_{A,i}$) e a difusividade do CO_2 na água é $1{,}77\times10^{-9}\ m^2/s$ a 293 K. A vazão da água na entrada é $7{,}5\times10^{-3}\ m^3/s$ e é isenta de CO_2.



Pede-se: Qual é a concentração de CO_2 (kmol/m^3) dissolvido na corrente líquida de saída? Considere estado estacionário e mistura perfeita

Exercício retirado de Welty et al. (2017)

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

Exercício Proposto 9: Tricloroetileno (TCE), um solvente industrial comum, é frequentemente detectado em baixas concentrações em águas residuárias industriais. Esgotamento é um processo comumente utilizado para remover solutos orgânicos voláteis e pouco solúveis, como o TCE, de soluções aquosas. Uma coluna de parede molhada é usada para estudar o esgotamento do TCE da água para o ar a uma temperatura constante e igual a 293K e pressão total do sistema de 1,0 atm. O diâmetro interno da coluna é 4,0 cm e a altura é 2,0 m. No presente processo, a vazão volumétrica do ar dentro da coluna é $5{,}0 \times 10^{-4}$ m^3/s e a vazão volumétrica da água é $5{,}0 \times 10^{-5}$ m^3/s.

Estime o valor de K_L, o coeficiente global de transferência de massa baseada na fase líquida para o TCE através dos filmes líquido e gasoso. Suponha que a perda de água por evaporação seja desprezível. Que conclusão pode ser feita baseando-se no valor obtido de K_L?

Dados:
Considere as seguintes propriedades a 293K e 1,0 atm: difusividade binária da fase gasosa do TCE no ar é de $8{,}0 \times 10^{-6}$ m^2/s e a difusividade binária da fase líquida do TCE na água é de $8{,}9 \times 10^{-10}$ m^2/s; $\mu_{ar} = 1{,}84 \times 10^{-5}$ kg/(m.s); $\mu_{água} = 9{,}93 \times 10^{-4}$ kg/(m.s); $\rho_{ar} = 1{,}19$ kg/m^3; $\rho_{água} = 998{,}2$ kg/m^3; a constante dos gases como sendo 0,08206 m^3.atm/(kmol.K).

Considere a Lei de Henry na forma dada a seguir: $P_{A,i} = HC_{A,i}$, sendo H = 9,92 m^3.atm/kmol

Prof. Dyrney Araújo dos Santos

Exercício retirado de Welty et al. (2017)

Bibliografia

ÇENGEL, Y.A e GHAJAR, A.J.; Transferência de calor e massa, McGraw Hill, 4ª edição, 2012.

WELTY, J. R.; RORRER, G. L.; FOSTER, D.G. Fundamentos de Transferência de Momento, de Calor e de Massa; tradução e revisão técnica Verônica Calado, 6. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2017.

Prof Dyrney Araújo dos Santos