Instituto de Química
IQ - UFG

ENGENHARIA QUÍMICA
Universidade Federal de Goiás

Conservação da Energia Mecânica

A Equação de Bernoulli

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
Disciplina: Fenômenos de Transporte 1
site: www.dyrney.com

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

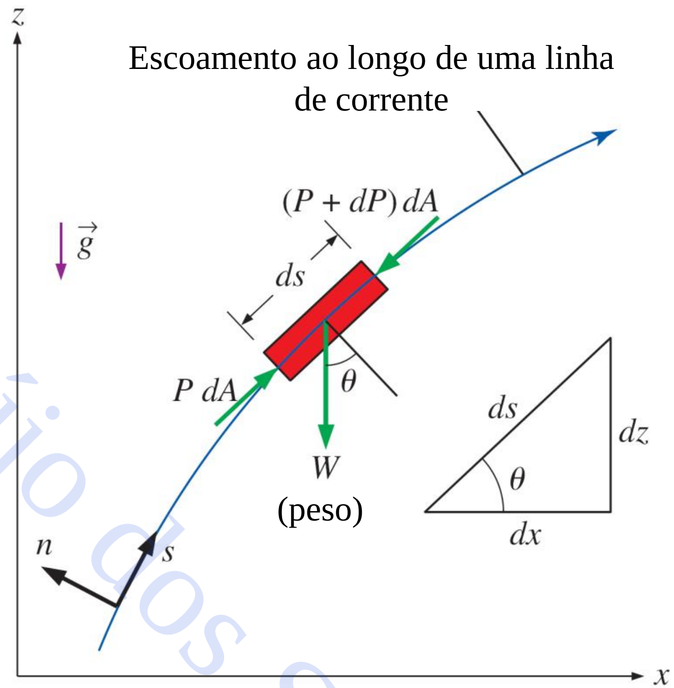
5. A Equação de Bernoulli

5.1 Dedução da Equação de Bernoulli e suas Restrições

Equação de Bernoulli: representa a conservação da energia mecânica quando do escoamento de um fluido ideal ao longo de uma linha de corrente (dois pontos da trajetória de uma partícula de fluido).

Aplicando a segunda lei de Newton na direção *s* a uma partícula ao longo de uma linha de corrente temos

$$\sum \vec{F}_s = m\vec{a}_s$$



Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

Considerações:

- **escoamento incompressível**: ρ é constante;
- **regime permanente**: não há aceleração local;
- **fluido ideal:** apenas as forças líquidas de pressão e a componente do peso na direção s atuam sobre a partícula de fluido considerada (sem forças viscosas).

Logo, tem-se:

$$PdA-\left(P+dP\right)dA-Wsen\theta=m\vec{V}\frac{d\vec{V}}{ds}$$

sendo

$$\begin{cases} m=\rho\vartheta=\rho dAds \\ W=mg=\rho gdAds \\ sen\theta=dz/ds \end{cases}$$

aceleração advectiva

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.1 Dedução da Equação de Bernoulli e suas Restrições

Equação de Bernoulli: representa a conservação da energia mecânica quando do escoamento de um fluido ideal ao longo de uma linha de corrente (dois pontos da trajetória de uma partícula de fluido).

Substituindo os termos na equação anterior, tem-se

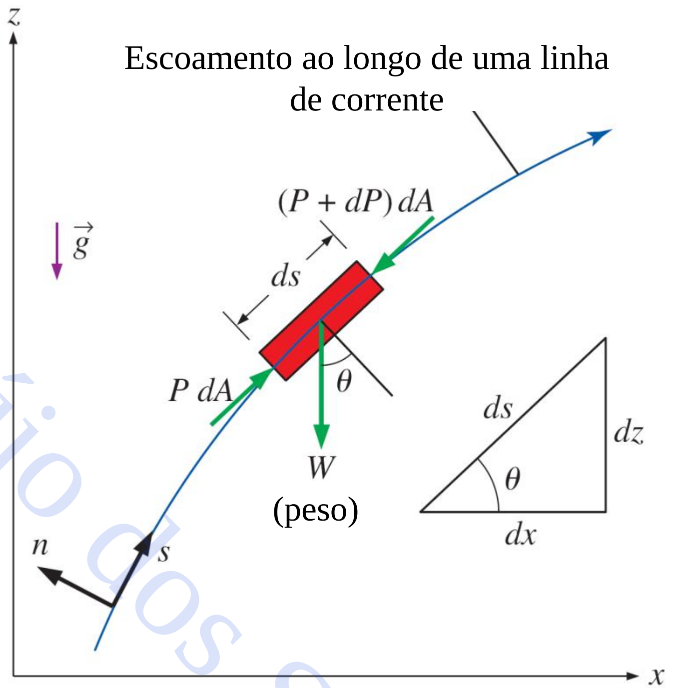
$$-dPdA - \rho g dA ds \frac{dz}{ds} = \rho dA ds \vec{V} \frac{d\vec{V}}{ds}$$

Cancelando *dA* de cada termo e simplificando, temos

$$-dP - \rho g dz = \rho \vec{V} d\vec{V}$$

Dividindo cada termo por "*ρg*" e rearranjando, teremos:

$$\frac{\vec{V}}{g} d\vec{V} + \frac{dP}{\rho g} + dz = 0$$



Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

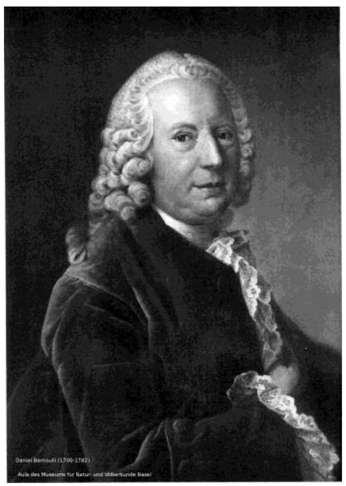
5. A Equação de Bernoulli

5.1 Dedução da Equação de Bernoulli e suas Restrições

Pode-se integrar esta equação ao longo de dois pontos quaisquer (1 e 2) sobre a linha de corrente nos quais são conhecidos as velocidades (V_1 e V_2), as pressões (P_1 e P_2) e as alturas (z_1 e z_2)

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{\vec{V}}{g} d\vec{V} + \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{\rho g} dP + \int_{z_1}^{z_2} dz = 0$$

Integrando e reorganizando, tem-se a Equação de Bernoulli aplicada entre dois pontos (1 e 2)



Daniel Bernoulli
(1700 – 1782)
(Matemático suíço)

$$\boxed{\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2}$$

sendo

- $V^2/2g$ **: energia cinética por peso de fluido**
- $P/\rho g$ **: energia de pressão por peso de fluido**
- Z **: energia potencial por peso de fluido**

OBS. 1: durante um escoamento estacionário com atrito desprezível, as diversas formas de energia mecânica são convertidas entre si, mas sua soma permanece constante.

OBS. 2: Apesar da equação acima ser um balanço de energia, cada termo da equação possui dimensão de "comprimento" (energia por peso de fluido) e são denominadas de "cargas".

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.1 Dedução da Equação de Bernoulli e suas Restrições

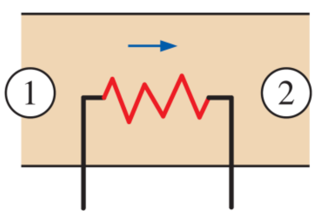
Limitações do uso da Equação de Bernoulli

Os efeitos de atrito, transferência de calor e os componentes que perturbam a estrutura das linhas de corrente de um escoamento tornam inválida a Equação de Bernoulli.

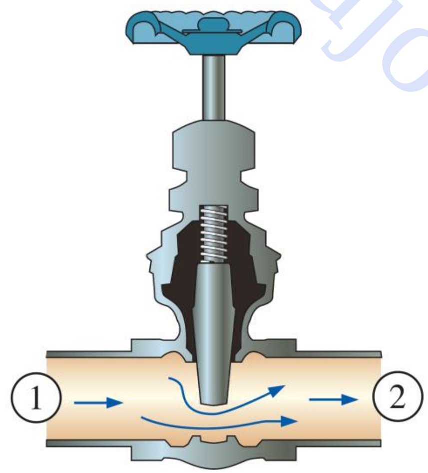
CONDIÇÕES DE APLICAÇÃO:

- escoamento estacionário;
- *nenhum trabalho de eixo;*
- *transferência de calor desprezível;*
- *efeitos viscosos desprezíveis;*
- *escoamento incompressível;*
- *escoamento ao longo de uma linha de corrente.*

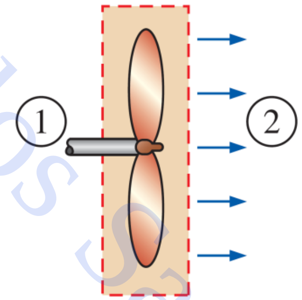
NÃO deve ser utilizada em nenhum dos escoamentos mostrados a seguir:



Seção de aquecimento



Escoamento por uma válvula



Um ventilador ou bomba

Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Pressões Estática, Dinâmica e de Estagnação

Segundo Bernoulli, as energias cinéticas e potencial do fluido podem ser convertidas em energia de pressão durante o escoamento, causando variação da pressão. Isto fica mais visível multiplicando a equação de Bernoulli por *ρg*

$$P+\rho\frac{V^2}{2}+\rho g z = \text{ constante (ao longo da linha de corrente)}$$

Cada termo dessa equação tem unidade de pressão e, portanto, cada termo representa algum tipo de pressão:

- ***P* é a Pressão Estática: não incorpora nenhum efeito dinâmico; representa a pressão termodinâmica real do fluido;**
- **$\rho V^2/2$ é a Pressão Dinâmica: representa o aumento de pressão quando o fluido em movimento é parado de forma isoentrópica;**
- ***ρgz* é a Pressão Hidrostática: representa os efeitos na altura, ou seja, do peso do fluido na pressão.**

OBS. 3: A soma das pressões estática, dinâmica e hidrostática é chamada de *Pressão Total*, logo, a pressão total ao longo de uma linha de corrente é constante de acordo com Bernoulli.

OBS. 4: A soma da Pressão Estática e da Pressão Dinâmica é chamada de Pressão de Estagnação (P_{estag})

$$\boxed{P_{estag}=P+\rho\frac{V^2}{2}}$$

medindo-se a pressão de estagnação num determinado local, pode-se determinar a velocidade do fluido no local

$$V=\sqrt{\frac{2\left(P_{estag}-P\right)}{\rho}}$$

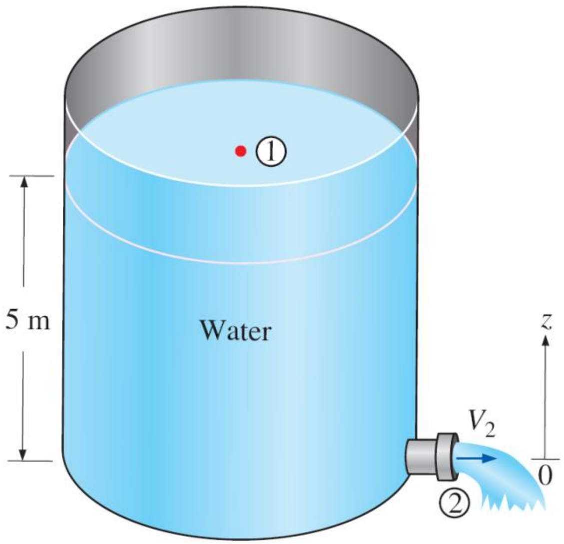
Isto será visto adiante!!!!!!

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.3 Aplicação da Equação de Bernoulli

a) Descarga de um recipiente: Um tanque aberto para a atmosfera é preenchido com água até uma altura h de 5 m da saída de uma torneira. A torneira é aberta e a água escoa para fora da saída arredondada e lisa. Determine a velocidade *inicial* da água na saída.



Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

aplicando Bernoulli entre os pontos 1 ($z = z_1$) e 2 ($z = z_2$) da figura ao lado, tem-se:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

visto que

$$P_1 = P_2 = P_{atm} \Rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g}$$

Observa-se também que, pela Equação da Continuidade

$$A_1 >> A_2 \Rightarrow V_1^2 << V_2^2 \Rightarrow V_1 \approx 0 \; (\text{quando comparado com } V_2)$$

Logo,

$$z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \xrightarrow{\text{isolando } V_2} \boxed{V_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{2gh}} \xrightarrow{\text{substituindo}} \boxed{V_2 = 9{,}9 \text{ m/s}}$$

OBS.5: A velocidade inicial do fluido em condições reais seria menor do que a encontrada pela Equação de Bernoulli devido às perdas irreversíveis que aconteceriam na contração abrupta presente no tanque .

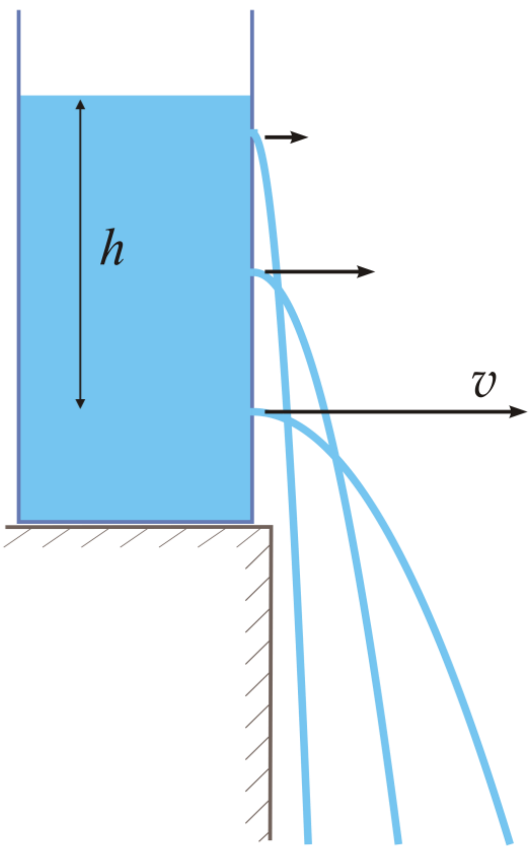
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

a) Descarga de um recipiente: Um tanque aberto para a atmosfera é preenchido com água até uma altura h de 5 m da saída de uma torneira. A torneira é aberta e a água escoa para fora da saída arredondada e lisa. Determine a velocidade *inicial* da água na saída.

A equação anterior é conhecida como Equação de Torricelli, em homenagem a Evangelista Torricelli.



$$\boxed{V = \sqrt{2gh}}$$

Para um fluido ideal, a energia potencial da superfície do fluido é inteiramente convertida em energia cinética de fluxo.

Em outras palavras, quanto maior a diferença de altura com relação ao nível do recipiente, maior a velocidade de descarga.

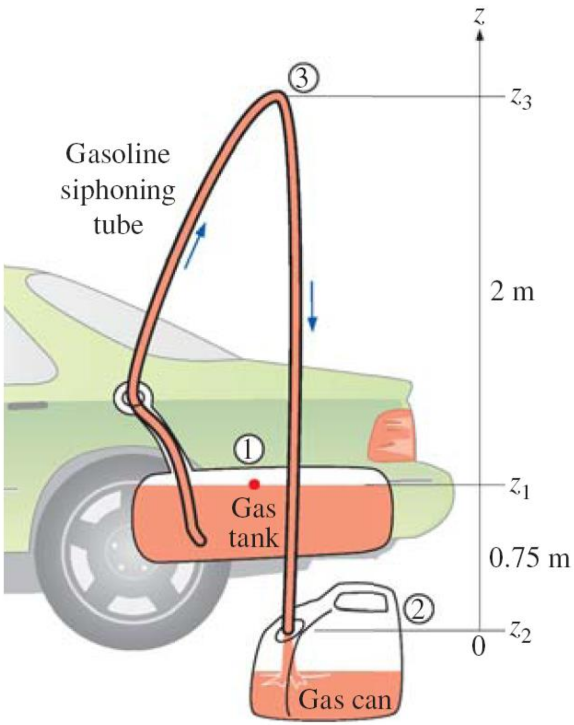
Evangelista Torricelli
(1608 – 1647)
(Físico e matemático italiano)

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

b) Escoamento através de um Sifão: Deseja-se retirar a gasolina (ρ = 750 kg/m^3) do tanque de um automóvel (P_{atm} = 101,3 kPa) através de um sifão. Logo, insere-se um lado do sifão no tanque de gasolina cheio, enche-se a mangueira com gasolina por sucção e, em seguida, coloca-se o outro lado em um galão de gasolina abaixo do nível do tanque. Considerando-se o diâmetro do sifão de 5 mm e desprezando-se as perdas por atrito, determine: o tempo mínimo para retirar um volume ϑ = 4 L de gasolina e a pressão no ponto 3.



Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

aplicando-se, primeiramente , Bernoulli entre "1" e "3", tem-se:

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\rho g}+z_1=\frac{V_3^2}{2g}+\frac{P_3}{\rho g}+z_3$$

novamente, pela Equação da Continuidade, tem-se

$$A_1 >> A_3 \Rightarrow V_1^2 << V_3^2 \Rightarrow V_1 \approx 0 \ \left(\text{quando comparado com } V_3\right)$$

Observa-se que $p_1 = p_{atm}$; logo a equação se torna:

$$\frac{P_{atm}}{\rho g}+z_1=\frac{V_3^2}{2g}+\frac{P_3}{\rho g}+z_3 \longrightarrow \frac{P_3}{\rho g}=\frac{P_{atm}}{\rho g}+z_1-z_3-\frac{V_3^2}{2g}$$

Logo,

$$P_3=P_{atm}-\left[\rho g\left(z_3-z_1\right)+\rho\frac{V_3^2}{2}\right] \quad \textbf{Eq. (1)}$$

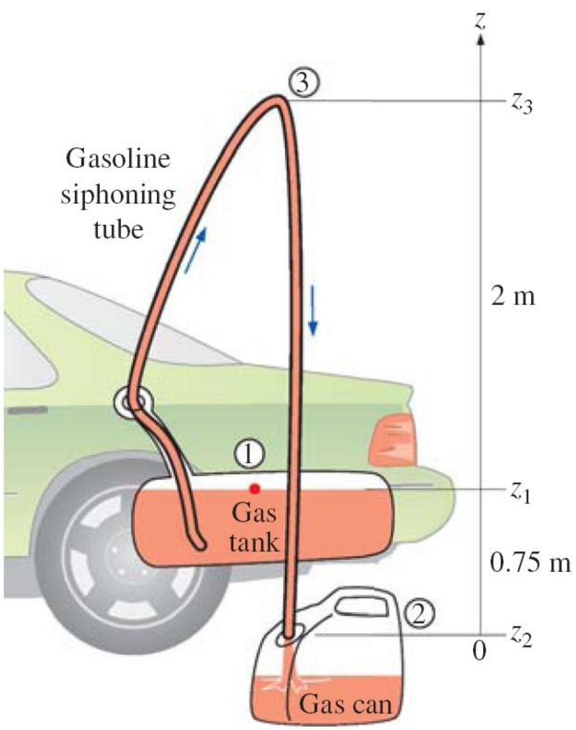
OBS.6: Nota-se que $P_{atm} > P_3$, ou seja, o fluido sobe até o ponto "3" por diferença de pressão.

OBS.7: Energia de pressão é convertida em energia cinética e potencial de "1" para "3".

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

b) Escoamento através de um Sifão: Deseja-se retirar a gasolina (ρ = 750 kg/m³) do tanque de um automóvel (P_{atm} = 101,3 kPa) através de um sifão. Logo, insere-se um lado do sifão no tanque de gasolina cheio, enche-se a mangueira com gasolina por sucção e, em seguida, coloca-se o outro lado em um galão de gasolina abaixo do nível do tanque. Considerando-se o diâmetro do sifão de 5 mm e desprezando-se as perdas por atrito, determine: o tempo mínimo para retirar um volume ϑ = 4 L de gasolina e a pressão no ponto 3.



Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

aplicando-se, agora, Bernoulli entre "2" e "3",

$$\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\rho g}+z_2=\frac{V_3^2}{2g}+\frac{P_3}{\rho g}+z_3$$

a vazão volumétrica em "3" é igual em "2" (escoamento incompressível). Logo, pela continuidade, tem-se

$$V_2A_2=V_3A_3 \longrightarrow V_2=V_3 \text{ (visto que } A_2=A_3)$$

adicionalmente, $P_2 = P_{atm}$ e $z_2 = 0$. Logo,

$$\frac{P_{atm}}{\rho g}=\frac{P_3}{\rho g}+z_3 \longrightarrow P_3=P_{atm}-\rho g z_3 \quad \textbf{Eq. (2)}$$

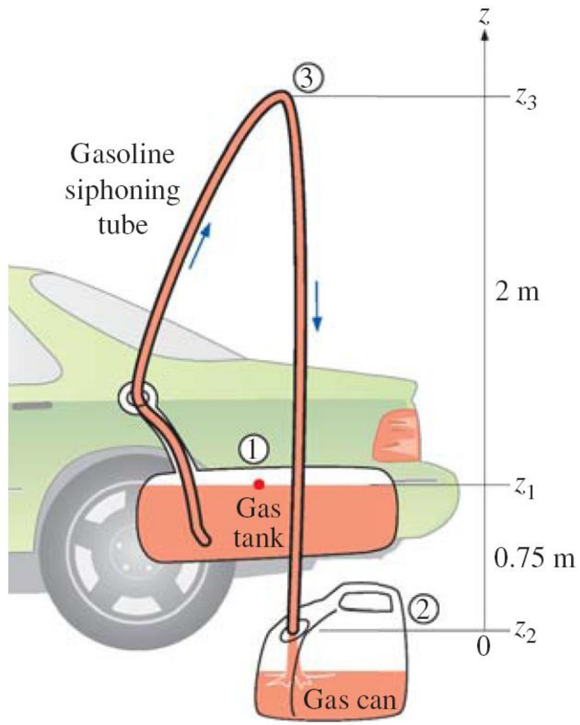
OBS.8: O fluido só irá escoar de "3" para "2" se transformar a energia potencial acumulada em energia de pressão, ou seja, superar p_{atm}.

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

b) Escoamento através de um Sifão: Deseja-se retirar a gasolina (ρ = 750 kg/m^3) do tanque de um automóvel (P_{atm} = 101,3 kPa) através de um sifão. Logo, insere-se um lado do sifão no tanque de gasolina cheio, enche-se a mangueira com gasolina por sucção e, em seguida, coloca-se o outro lado em um galão de gasolina abaixo do nível do tanque. Considerando-se o diâmetro do sifão de 5 mm e desprezando-se as perdas por atrito, determine: o tempo mínimo para retirar um volume ϑ = 4 L de gasolina e a pressão no ponto 3.



Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

Finalmente, temos um sistema com duas incógnitas e duas equações

$$\begin{cases} P_3 = P_{atm} - \left[\rho g \left(z_3 - z_1 \right) + \rho \dfrac{V_3^2}{2} \right] & \textbf{Eq. (1)} \\ P_3 = P_{atm} - \rho g z_3 & \textbf{Eq. (2)} \end{cases}$$

Resolvendo para P_3 e V_2, tem-se:

$$\boxed{P_3 = 81{,}1\ \text{kPa}}$$

$$V_2 = \sqrt{2 g z_1} \quad \textbf{Eq. (3)} \longrightarrow V_2 = 3{,}84\ \text{m/s} \longrightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\vartheta}{V_2 A_2} = 53{,}1\ \text{s}}$$

OBS.9: O escoamento no sifão cessa por duas maneiras:

a) Fazendo $z_1 = 0$ na Eq. (3), isto é, erguendo o tubo até o nível do líquido no tanque ($V_2 = 0$);

b) Se z_3 for grande o suficiente para que o valor de $P_3 = P^{vap}$ (Eq. 1), isto é, a pressão no ponto "3" coincida com a pressão de vapor do líquido, ocorrerá vaporização e quebra do contínuo (o escoamento cessará).

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

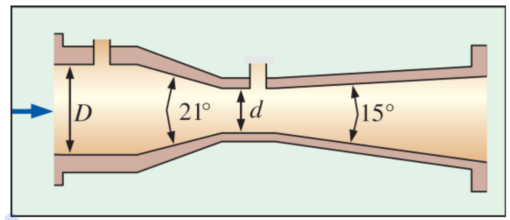
5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

c) Medidores de Vazão por Obstrução: a existência de um acidente na tubulação que aumente a velocidade do fluido, convertendo energia de pressão em energia cinética, possibilita a medida de vazão

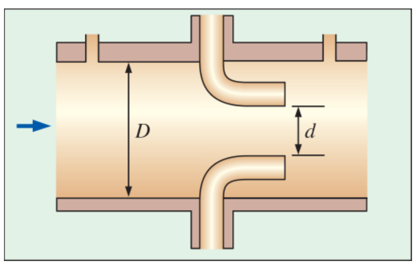
OBS.10: existem diferentes tipos de medidores de vazão através da medida da velocidade média do escoamento ou da velocidade local. A seguir iremos discutir sobre alguns dos tipos

Medidores de vazão a partir da "VELOCIDADE MÉDIA" do escoamento

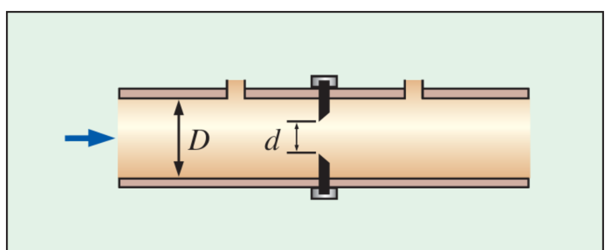
Medidores do tipo placa de orifício, bocal e Venturi são utilizados para medir a velocidade média do escoamento através da quantificação da queda de pressão provocada pelo acidente.

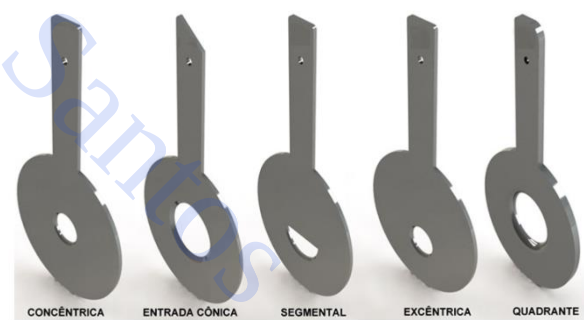


Medidor de Venturi



Medidor de Bocal





Fonte: Çengel e Cimbala (2015)

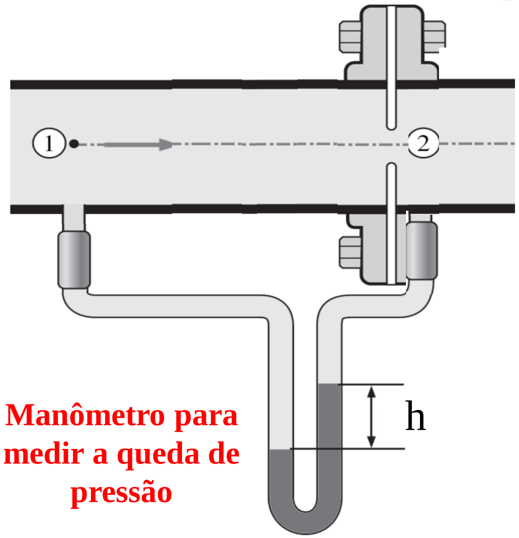
Medidor de Orifício ou Placa de Orifício

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

A equação que dá a velocidade média em função da queda de pressão é idêntica para os três medidores, para o caso do escoamento de um fluido ideal. Sejam os pontos "1" e "2" colocados em uma posição anterior e logo após o acidente, respectivamente.



Manômetro para medir a queda de pressão

Aplicando a equação de Bernoulli entre "1" e "2", tem-se

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\rho g}+z_1=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\rho g}+z_2$$

visto que $z_1 = z_2$ (não há variação de energia potencial), tem-se

$$\frac{V_2^2-V_1^2}{2g}=\frac{P_1-P_2}{\rho g} \quad \textbf{Eq. (1)}$$

Da manometria, tem-se:

$$P_1-P_2=(\rho_m-\rho)gh \quad \textbf{Eq. (2)}$$

Da equação da continuidade, tem-se:

$$\dot{Q}_1=\dot{Q}_2 \longrightarrow V_1A_1=V_2A_2 \longrightarrow V_1\left(\frac{\pi D_1^2}{4}\right)=V_2\left(\frac{\pi D_2^2}{4}\right) \longrightarrow V_2=V_1\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \quad \textbf{Eq. (3)}$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

Definindo um fator de redução de diâmetro $\beta = D_2/D_1$, e substituindo Eq. 2 e Eq. 3 em Eq. 1 (Bernoulli), tem-se

$$\frac{V_1^2}{2g}\left(\frac{1}{\beta^4}-1\right)=\frac{(\rho_m-\rho)gh}{\rho g} \longrightarrow V_1^2=\frac{2(\rho_m-\rho)gh}{\rho}\left(\frac{\beta^4}{1-\beta^4}\right)$$

Logo,

$$\boxed{V_1=V_1^{ideal}=\sqrt{\frac{2(\rho_m-\rho)gh}{\rho}\left(\frac{\beta^4}{1-\beta^4}\right)}}$$

Velocidade produzida se a energia de pressão tivesse sido convertida integralmente em energia cinética. Isto é verdade somente para fluido ideal.

OBS.11: no caso de fluidos reais uma parte da energia é perdida devido ao atrito do fluido com o acidente. Logo, a velocidade "real" deve ser multiplicada por um fator de correção (C_D)

$$V_1^{real}=C_D V_1^{ideal} \quad \text{ou} \quad V_1^{real}=C_D\sqrt{\frac{2(\rho_m-\rho)gh}{\rho}\left(\frac{\beta^4}{1-\beta^4}\right)}$$

sendo C_D o coeficiente de descarga do medidor, $0 < C_D < 1$

Logo, multiplicando a velocidade pela área da seção transversal do tubo, a vazão volumétrica real do fluido é dado por

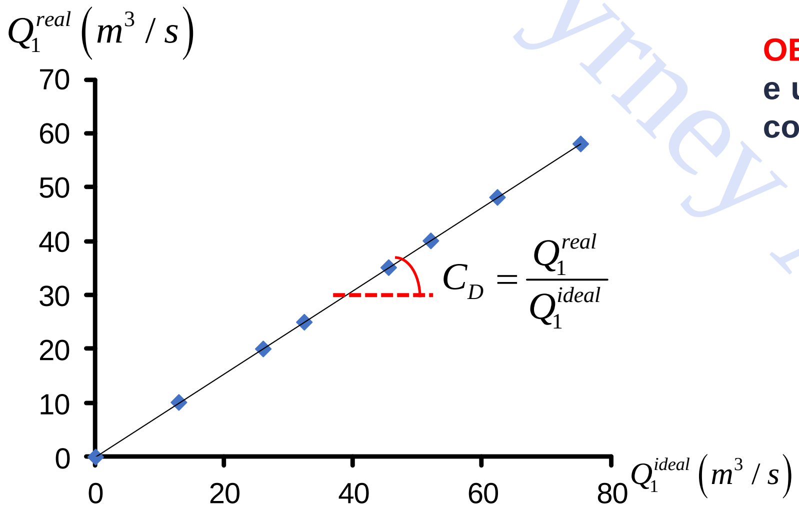
$$\boxed{Q_1^{real}=C_D\frac{\pi D_1^2}{4}\sqrt{\frac{2(\rho_m-\rho)gh}{\rho}\left(\frac{\beta^4}{1-\beta^4}\right)}}$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

CALIBRAÇÃO DE UM MEDIDOR POR OBSTRUÇÃO: a calibração de qualquer dos medidores de obstrução mostrados aqui consiste na determinação experimental do coeficiente de descarga (C_D) por meio do coeficiente angular da curva Q^{real} versus Q^{ideal}



OBS.12: a vazão real (Q^{real}) pode ser obtida por meio de um balde e um cronômetro ou por outros instrumentos de medida de vazão como os dispositivos mostrados nos próximos slides.

Comparação entre os medidores de vazão

Medidor	Custo	Perda de Carga	C_D
Placa	baixo	grande	menor
Bocal	médio	média	médio
Venturi	alto	pequena	maior

OBS.13: C_D depende de β e de Re (número de Reynolds). Existem na literatura algumas correlações para uma estimativa inicial do valor de C_D, como as exemplificadas a seguir, válidas para $0{,}25<\beta<0{,}75$ e $10^4<Re<10^7$ (Miller, 1997) :

Medidores de Orifício: $$C_D = 0{,}5959 + 0{,}0312\beta^{2,1} - 0{,}184\beta^8 + \frac{91{,}71\beta^{2,5}}{\mathrm{Re}^{0,75}}$$

Medidores de Bocal: $$C_D = 0{,}9975 - \frac{6{,}53\beta^{0,5}}{\mathrm{Re}^{0,5}}$$

OBS.14: Os valores exatos de C_D dependem do projeto particular da obstrução. Nota-se que quando utilizando as correlações de ajuste o problema se torna iterativo visto que Re depende da velocidade do escoamento que não é conhecida *a priori.*

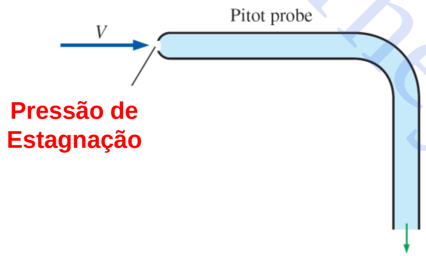
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

Medidores de vazão a partir da "VELOCIDADE LOCAL" do escoamento

d) Tubo de Pitot: pequeno tubo com sua extremidade aberta alinhada perpendicularmente ao escoamento para sentir o impacto total da pressão de escoamento do fluido.
Ele mede a Pressão de Estagnação local.



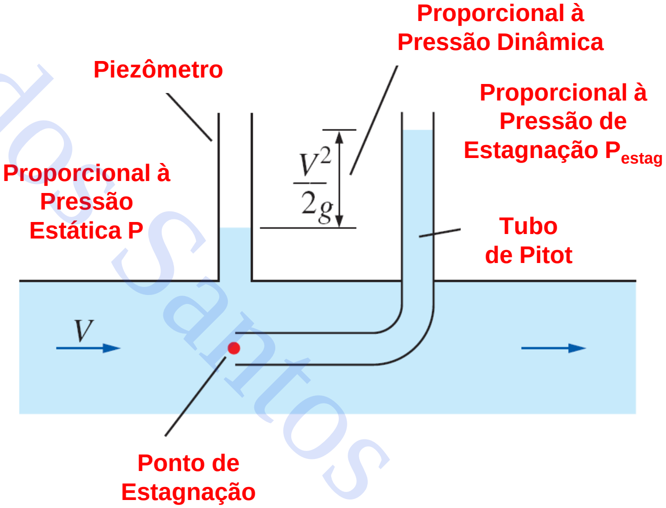
(tubo de Pitot acoplado a uma aeronave para a medida de sua velocidade)

OBS.15: Como dito anteriormente, medindo-se a Pressão de Estagnação e a Pressão Estática num determinado local, pode-se determinar a velocidade local do fluido com base na definição de Pressão de Estagnação reescrita abaixo

$$P_{estag} = P + \rho \frac{V^2}{2} \quad \textbf{ou} \quad \boxed{V = \sqrt{\frac{2\left(P_{estag} - P\right)}{\rho}}}$$

Tubo Piezômetro: medidor de pressão estática utilizado juntamente com o tubo de Pitot em situações em que as pressões estáticas e de estagnação são muito altas quando comparadas com a pressão atmosférica

OBS.16: para pressões estática e de estagnação relativamente baixas, o tubo de Pitot é normalmente acoplado a um manômetro do tipo tubo em U.



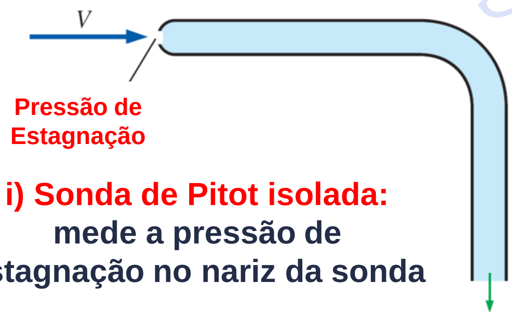
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

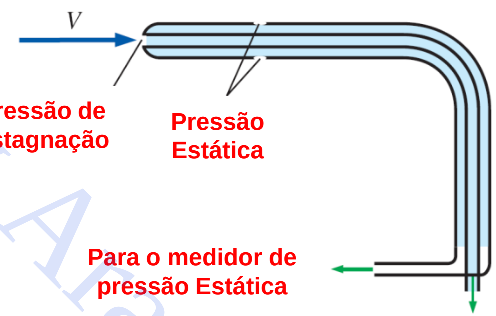
5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

Medidores de vazão a partir da "VELOCIDADE LOCAL" do escoamento

OBS.17: Existem dois tipos de configuração da sonda de Pitot, como mostradas a seguir

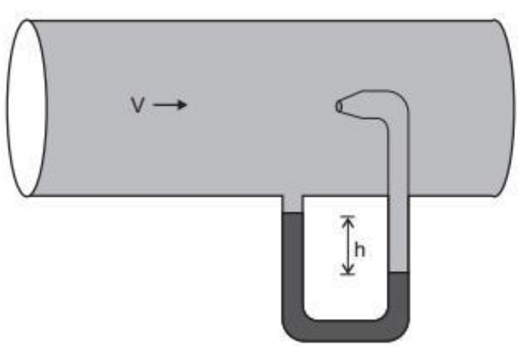


i) Sonda de Pitot isolada: mede a pressão de estagnação no nariz da sonda

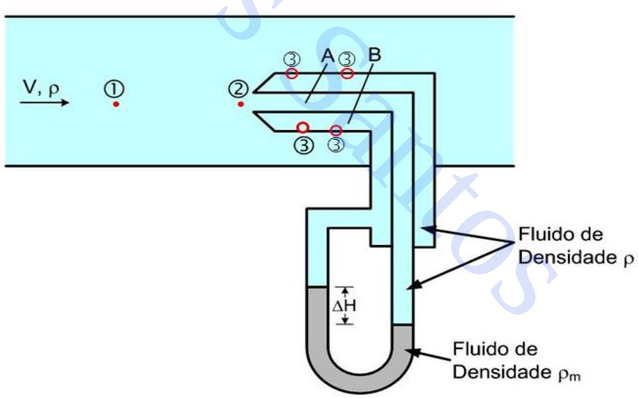


ii) Sonda de Pitot-Darcy ou Sonda Estática de Pitot: mede a pressão de estagnação e a pressão estática

Exemplo de acoplamento com um manômetro em U



Exemplo de acoplamento com um manômetro em U



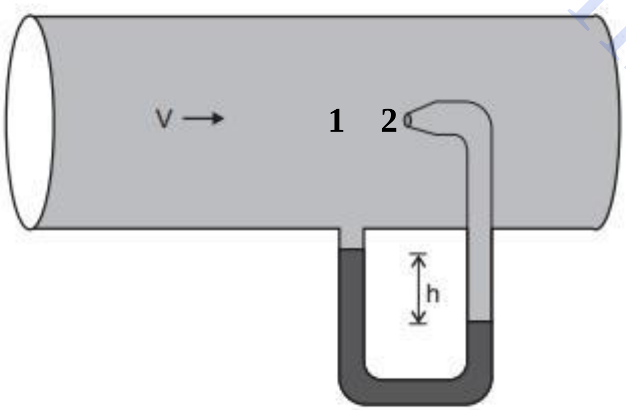
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

Medidores de vazão a partir da "VELOCIDADE LOCAL" do escoamento

A Equação de Bernoulli também pode ser aplicada ao tubo de Pitot para se obter a velocidade local do fluido da mesma forma quando da utilização da definição de Pressão de Estagnação.



Aplicando a equação de Bernoulli entre "1" e "2", tem-se

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\rho g}+z_1=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\rho g}+z_2$$

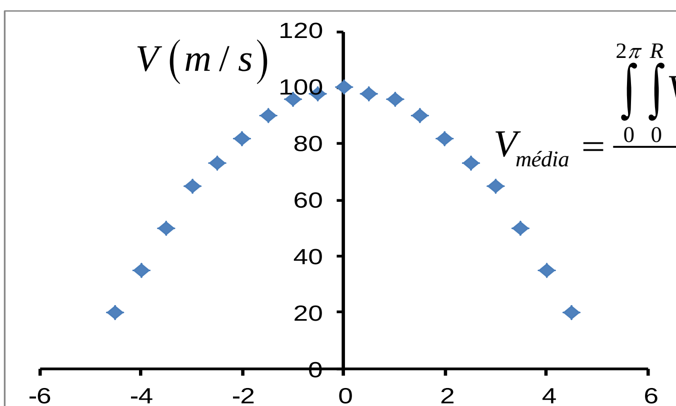
Visto que $z_1 = z_2$ e que $V_2 = 0$ (ponto de estagnação), tem-se

$$\frac{V_1^2}{2g}=\frac{p_2-p_1}{\rho g}$$

Da manometria tem-se:

$$p_2-p_1=\left(\rho_m-\rho\right)gh \quad \textbf{logo,} \quad \boxed{V_1=\sqrt{\frac{2\left(\rho_m-\rho\right)gh}{\rho}}}$$

Henri Pitot
(1695 – 1771)
(Engenheiro francês)



$$V_{média}=\frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{R}V(r)\,\mathrm{r}\mathrm{d}\mathrm{r}\mathrm{d}\theta}{\pi R^2}$$

OBS.18: Nota-se que h depende da posição radial, logo, movendo-se o tubo de Pitot ao longo do raio do tubo obtém-se um perfil de velocidade cujo valor médio é dado pela integral de área.

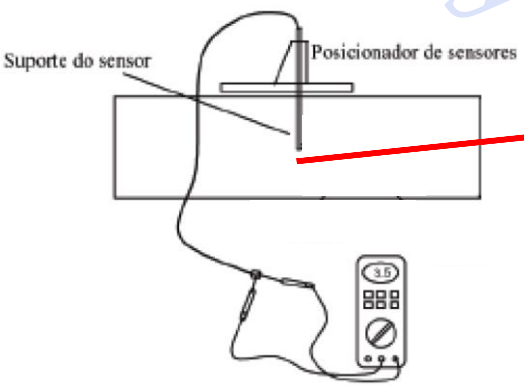
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
site: www.dyrney.com

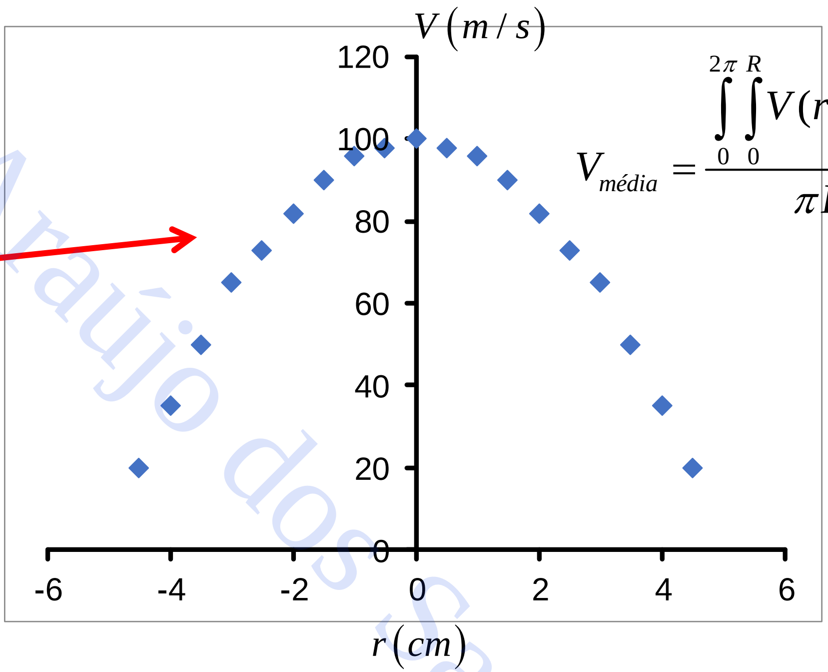
5. A Equação de Bernoulli

5.2 Aplicação da Equação de Bernoulli

Medidores de vazão a partir da “VELOCIDADE LOCAL” do escoamento

e) Anemômetro de Fio Quente: **assim como o tubo de Pitot, o anemômetro de fio quente mede a velocidade local do fluido através de um sensor de temperatura.**





$$V_{média} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{R} V(r)\,\mathrm{r dr d}\theta}{\pi R^2}$$

Principio de funcionamento: **o fio é mantido a temperatura constante por ação de um dispositivo de compensação que varia a corrente elétrica. A corrente enviada pelo dispositivo de compensação ao fio é proporcional à velocidade de escoamento do fluido.**

Bibliografia

BIRD, R.B.; STEWART, W.E. e; LIGHTFOOT, E.N. Fenômenos de transporte, 2ª ed., LTC, 2004.

ÇENGEL, Y.A e CIMBALA, J.M.; Mecânica dos fluidos, McGraw Hill, 3ª edição, 2015.

WHITE, F. M. Mecânica dos Fluidos. 6ª edição. MCGRAW-HILL, 2011.