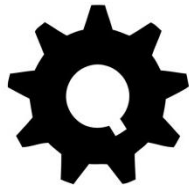




**UFG**  
UNIVERSIDADE  
FEDERAL DE GOIÁS

**Instituto de Química**  
IQ - UFG



**ENGENHARIA QUÍMICA**  
Universidade Federal de Goiás

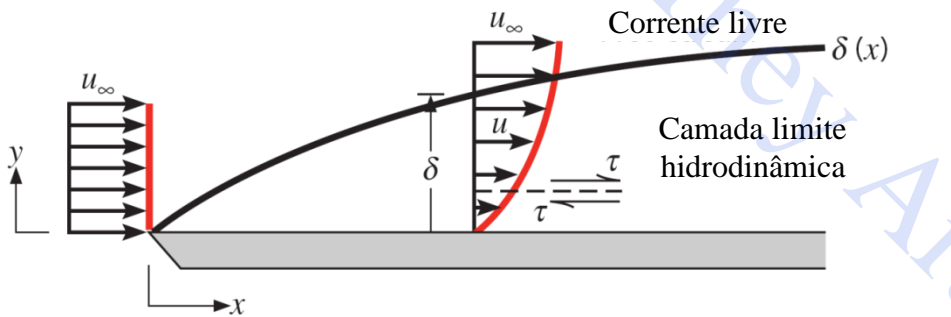
# Introdução à Convecção de Calor

Professor Dyrney Araújo dos Santos  
**Universidade Federal de Goiás**  
**Curso: Graduação em Engenharia Química**  
**Disciplina: Fenômenos de Transporte 2**  
site: [www.dyrney.com](http://www.dyrney.com)

# 8 . Convecção de Calor

## 8.1 Camadas Limite Térmica e Hidrodinâmica

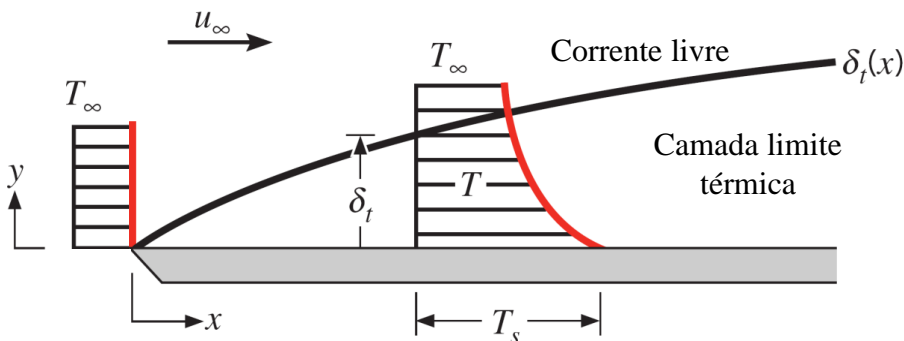
A transferência de calor por convecção se dá pelo contato entre um fluido em movimento e uma superfície, estando os dois a diferentes temperaturas.



Quando um fluido escoia sobre uma superfície sólida, há a formação da **camada limite hidrodinâmica** ( $u$  varia de  $0$  em  $y = 0$  até  $u_\infty$  na corrente livre), local único onde ocorrem os gradientes de velocidade.

Espessura da camada limite hidrodinâmica

$$y \text{ para o qual } u = 0,99u_\infty$$



Quando um fluido escoia sobre uma superfície e há diferença de temperatura entre o fluido e a superfície, há a formação da **camada limite térmica** ( $T$  varia de  $T_s$  em  $y = 0$  até  $T_\infty$  na corrente livre), local único onde ocorrem os gradientes de temperatura.

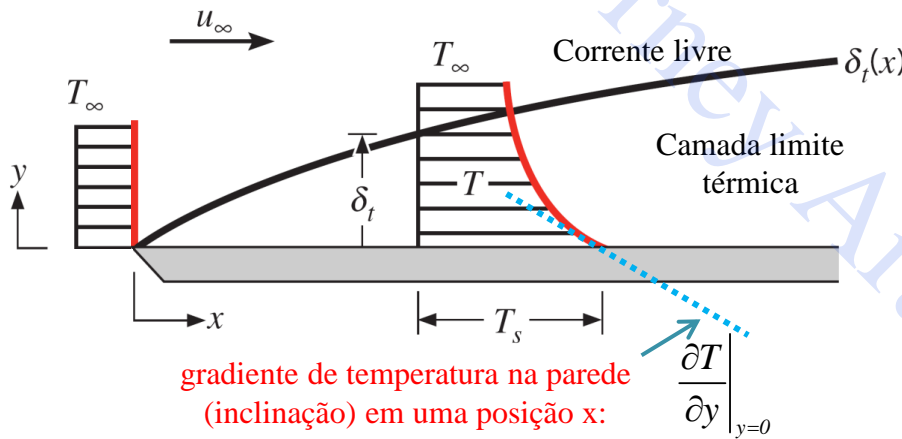
Espessura da camada limite térmica

$$y \text{ para o qual } \frac{(T_s - T)}{(T_s - T_\infty)} = 0,99$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.2 Coeficiente Local de Transferência de Calor por Convecção

**Comentário:** A qualquer distância  $x$  da aresta frontal, o fluxo de transferência de calor local na superfície ( $y = 0$ ) pode ser obtido utilizando-se a **Lei de Fourier**, pois na superfície o fluido está em repouso e o processo é puramente difusivo



Logo, a **Lei de Fourier** para o fluxo na superfície, **em uma dada posição  $x$** , é dado por

$$q_y = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{Eq. 1})$$

O fluxo de calor também pode ser dado por (em termos de  $h_x = \text{local}$ )

$$q_y = h_x (T_s - T_\infty) \quad (\text{Eq. 2})$$

gradiente de temperatura na parede (inclinação) em uma posição  $x$ :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Fonte (modificado): Çengel e Ghajar (2012)

As **Eq.1** e **Eq.2** podem ser igualadas, uma vez que elas definem o mesmo fluxo de calor que deixa a superfície e entra no fluido. Logo,

$$h_x (T_s - T_\infty) = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$



$$h_x = \frac{-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T_s - T_\infty)}$$



- $\delta_t$  cresce com o aumento de  $x$
- $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$  diminui com o aumento de  $x$
- $h_x$  diminui com o aumento de  $x$
- $q_y$  diminui com o aumento de  $x$

**OBS.:** Para calcular  $h_x$ , deve-se avaliar o gradiente de temperatura local que, por sua vez, só pode ser analisado caso se conheça a distribuição de Temperatura. **COMPLEXIDADE:** a distribuição de temperatura é encontrada resolvendo-se, normalmente de forma acoplada, as Equações do Movimento, da Continuidade e da Conservação da Energia!!!!

# 8 . Convecção de Calor

## 8.2 Coeficiente Local de Transferência de Calor por Convecção

Como dito anteriormente, para se calcular  $h_x$ , é necessário encontrar a **Distribuição de Temperatura**.

**Exemplo:** A equação envolvida no cálculo da distribuição de temperatura para um escoamento envolvendo um fluido newtoniano, com geração de energia, incompressível, em estado estacionário e bidimensional, seria:

Equação da Conservação de Energia para um fluido

$$\underbrace{\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right)}_{\substack{\text{Advecção} \\ \text{(transporte de energia devido ao} \\ \text{movimento do fluido)}}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right)}_{\substack{\text{Condução} \\ \text{(transporte de energia devido ao} \\ \text{gradiente de temperatura)}}} + \underbrace{\dot{Q}}_{\substack{\text{geração}}} + \underbrace{\mu \Phi}_{\substack{\text{dissipação} \\ \text{viscosa}}}$$

Observe os termos adicionais na **Equação da Difusão de Calor** devido ao transporte de energia pelo fluido (**advecção**) e à geração de energia devido ao atrito entre as partículas de fluido (**dissipação viscosa**).

Para encontrar os termos advectivos na Equação da Conservação da Energia, deve-se calcular a distribuição de velocidades nas direções **x** e **y** (**Navier-Stokes**), ou seja, **u** e **v**, respectivamente, que satisfaça a equação da continuidade (**massa total**)

Navier-Stokes  
direção x

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Navier-Stokes  
direção y

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

Dissipação viscosa ("gera" energia térmica devido ao atrito viscoso)

$$\mu \Phi = \mu \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \right\}$$

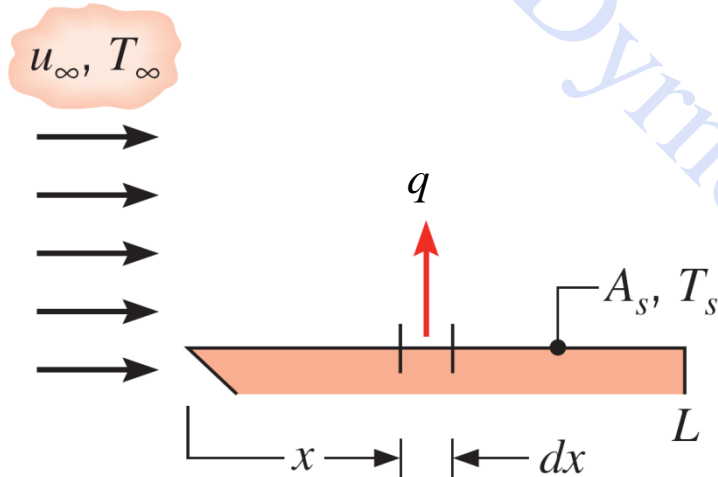
**OBS.:** Estas equações devem ser resolvidas de forma **numérica!!!!** Mais adiante, neste curso, serão propostas outras estratégias para o cálculo de  $h_x$  que envolvem um menor grau de complexidade.

# 8 . Convecção de Calor

## 8.3 Coeficiente Médio de Transferência de Calor por Convecção

**Comentário:** o fluxo térmico na superfície e o coeficiente de transferência de calor por convecção variam ao longo da superfície

**OBS.:** A taxa total de transferência de calor ( $Q$ ) pode ser obtida pela integração do fluxo local ( $q_x$ ) ao longo da superfície



$$Q = \int_{A_s} q_x dA_s \quad \text{ou} \quad Q = (T_s - T_\infty) \int_{A_s} h_x dA_s \quad (\text{Eq. 2})$$

Definindo um **coeficiente convectivo médio**  $\bar{h}$  para toda a superfície, a taxa total de calor pode ser dada por

$$Q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty) \quad (\text{Eq. 3})$$

Fonte (modificado): Çengel e Ghajar (2012)

Logo, igualando-se **Eq.2** e **Eq.3**, tem-se uma expressão para os coeficientes convectivos médios e locais

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h_x dA_s$$

ou, para o caso da placa plana acima, tem-se:

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx$$

**OBS.:** Uma forma mais simples de se obter  $h_x$  e  $\bar{h}$ , ao invés de se resolver as **Equações da Energia**, da **Continuidade** e de **Navier-Stokes** acopladas, consiste em se determinar **Correlações Empíricas Adimensionais para os coeficientes convectivos**, cuja técnica será apresentada a seguir.

## 8 . Convecção de Calor

**Exercício Proposto 14:** Durante o fluxo de ar a  $T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C}$  sobre a superfície de uma placa mantida a uma temperatura constante de  $T_s = 160^{\circ}\text{C}$ , o perfil de temperatura adimensional dentro da camada limite de ar sobre a placa está determinado para ser

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_s - T_{\infty}} = e^{-ay}$$

onde  $a = 3200 \text{ m}^{-1}$  e  $y$  é a distância vertical medida a partir da superfície da placa em metros. Determine o fluxo de calor na superfície da placa e o coeficiente de transferência de calor por convecção.

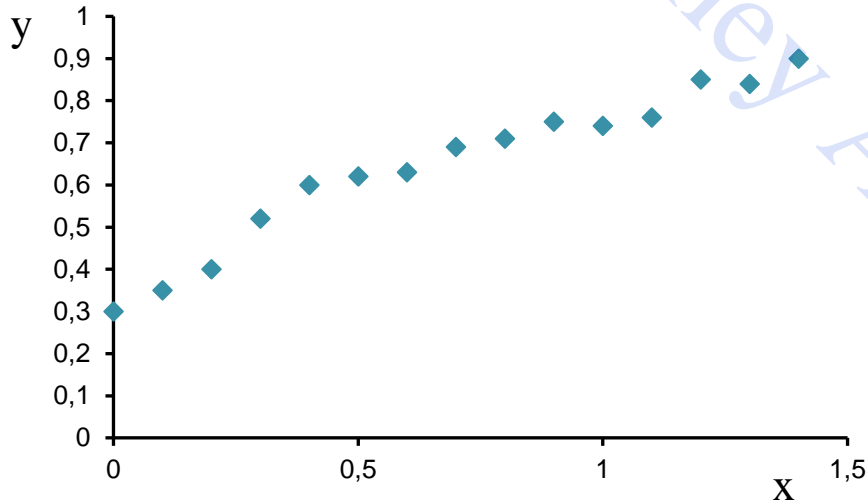
**OBS.:** A condutividade térmica do ar na temperatura do filme,  $T_F = (T_s + T_{\infty})/2 = 90^{\circ}\text{C}$ , é  $k_f = 0,03024 \text{ W/(m.K)}$

# 8 . Convecção de Calor

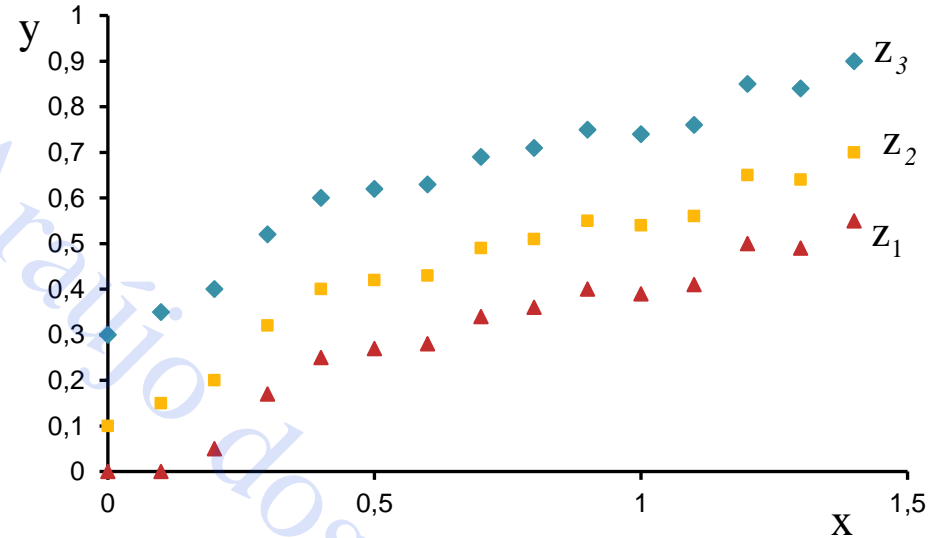
## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

Problemas complexos ou que não tenham uma teoria ainda bem posta podem ser tratados de forma empírica. Exemplos de como se obter, experimentalmente, correlações entre variáveis:

a) Se  $y = y(x)$ , pode-se variar  $x$  e medir  $y$



b) Se  $y = y(x, z)$ , pode-se manter  $x$  constante, variar  $z$  e medir  $y$



**OBS.:** esta metodologia de “fixar e varia variáveis”, entretanto, é inadequada para um conjunto muito grande de variáveis, pois necessita de um número muito grande de experimentos para se obter uma correlação, ou seja, alto custo de matéria-prima e operação.

**Solução:** Utilizar a análise dimensional para encontrar os grupos adimensionais relevantes ao problema em questão e, desta forma, reduzir o número de experimentos necessários.

**Análise Dimensional:** Método para reduzir o número e a complexidade das variáveis experimentais que afetam um dado fenômeno físico, pela aplicação de um tipo de técnica de “compactação”.

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

**Teorema II-Buckingham:** método utilizado para encontrar um conjunto de parâmetros adimensionais relevantes ao problema estudado a fim de simplificá-lo.

### **Etapas que compõem o Teorema de Buckingham**

- 1<sup>a</sup>)** Listam-se as variáveis relevantes ao problema em análise ( $n_v$ );
- 2<sup>a</sup>)** Seleciona-se um sistema básico de dimensões (**M** = massa; **L** = comprimento; **T** = tempo;  **$\theta$**  = temperatura);
- 3<sup>a</sup>)** Constrói-se a matriz dimensional das variáveis envolvidas. Os elementos da matriz dimensional são os expoentes a que estão elevados cada um dos termos da representação dimensional da variável;
- 4<sup>a</sup>)** Determina-se o rank ( $r$ ) da matriz dimensional, que é a ordem do maior determinante não nulo subtendido pela matriz;



# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

**5ª)** Calcula-se o número de grupos adimensionais relevantes ao fenômeno ( $\pi$  grupos através da Equação abaixo):

$$n_{\pi} = n_v - r$$

**6ª)** Escolhe-se o núcleo de variáveis que consiste de um subgrupo de  $r$  variáveis que deve necessariamente conter todas as dimensões envolvidas no problema;

**OBS. 6:** É aconselhável, sempre que possível, escolher uma variável **geométrica**, uma **cinemática**, uma **dinâmica** e uma **térmica** para comporem o núcleo.

**7ª)** Resolve-se o sistema de equações dimensionais obtidos a partir da combinação das variáveis que compõem o núcleo com cada uma das variáveis restantes e obtêm-se os  $\pi$  grupos;

**8ª)** Realizam-se experimentos para correlacionar os  $\pi$  grupos adimensionais .

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

1) Convecção Forçada: Análise dos adimensionais relevantes pelo teorema de  $\pi$ -Buckingham

(i) Variáveis relevantes ( $n_v$ ) e sistema básico de dimensões ( $MLT\theta$ )

$x$ : dimensão característica [L];

$v$ : velocidade média do fluido [ $LT^{-1}$ ];

$\rho$ : massa específica do fluido [ $ML^{-3}$ ];

$\mu$ : viscosidade do fluido [ $ML^{-1}T^{-1}$ ];

$h$ : coeficiente de transferência de calor por convecção [ $MT^{-3}\theta^{-1}$ ].

$k$ : condutividade térmica [ $MLT^{-3}\theta^{-1}$ ];

$c_p$ : calor específico do fluido [ $L^2T^{-2}\theta^{-1}$ ];

(ii) Matriz Dimensional

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{M} \\
 \mathbf{L} \\
 \mathbf{T} \\
 \boldsymbol{\theta}
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 & \mathbf{x} & \mathbf{v} & \boldsymbol{\rho} & \boldsymbol{\mu} & \mathbf{c}_p & \mathbf{k} & \mathbf{h} \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & -3 & -1 & 2 & 1 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & -1 & -2 & -3 & -3 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1
 \end{pmatrix}$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

(iii) Rank (r): ordem do maior determinante não nulo (variáveis independentes)

Pelo teorema de Laplace, temos que (rever determinante de matriz):

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \longrightarrow r(\text{rank}) = 4$$

(iv) Número de grupos adimensionais relevantes ( $\pi$  grupos)

$$n_{\pi} = n_v - r \longrightarrow n_{\pi} = 7 - 4 \longrightarrow n_{\pi} = 3 \text{ (3 grupos adimensionais)}$$

(v) Escolhe-se um núcleo para a determinação dos  $\pi$  grupos

Núcleo:  $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} - \text{variável geométrica} \\ \mathbf{v} - \text{variável cinemática} \\ \mathbf{\rho} - \text{variável dinâmica} \\ \mathbf{c_p} - \text{variável térmica} \end{array} \right.$

Deve-se combinar cada uma das variáveis do núcleo com as variáveis restantes para encontrar os adimensionais.

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

### (vi) Determinação dos número adimensionais

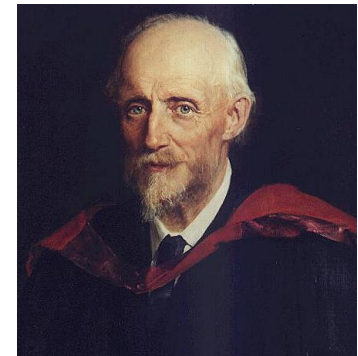
(a)  $\pi_1 = x^a \rho^b v^c c_p^d \mu$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^0 L^1 T^0 \theta^0]^a [M^1 L^{-3} T^0 \theta^0]^b [M^0 L^1 T^{-1} \theta^0]^c [M^0 L^2 T^{-2} \theta^{-1}]^d [M^1 L^{-1} T^{-1} \theta^0]$$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^{0a+1b+0c+0d+1} L^{1a-3b+1c+2d-1} T^{0a+0b-1c-2d-1} \theta^{0a+0b+0c-1d+0}]$$

Equacionando **M**, **L**, **T** e  **$\theta$**  resulta no seguinte sistema

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{M}: 0a + 1b + 0c + 0d + 1 = 0 \\ \mathbf{L}: 1a - 3b + 1c + 2d - 1 = 0 \\ \mathbf{T}: 0a + 0b - 1c - 2d - 1 = 0 \\ \boldsymbol{\theta}: 0a + 0b + 0c - 1d + 0 = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = -1 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = 0 \end{array}$$



Osborne Reynolds  
(1842 – 1912)

(Físico e engenheiro irlandês)

Logo, retornando ao  $\pi_1$ :

$$\pi_1 = x^{-1} \rho^{-1} v^{-1} c_p^0 \mu \longrightarrow \boxed{\frac{1}{\pi_1} = \text{Re} = \frac{xv\rho}{\mu}}$$

sendo:  $\text{Reynolds} = \frac{\text{forças de inércia}}{\text{forças viscosas}}$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

(vi) Determinação dos número adimensionais

(b)  $\pi_2 = x^a \rho^b v^c c_p^d k$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^0 L^1 T^0 \theta^0]^a [M^1 L^{-3} T^0 \theta^0]^b [M^0 L^1 T^{-1} \theta^0]^c [M^0 L^2 T^{-2} \theta^{-1}]^d [M^1 L^1 T^{-3} \theta^{-1}]$$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^{0a+1b+0c+0d+1} L^{1a-3b+1c+2d+1} T^{0a+0b-1c-2d-3} \theta^{0a+0b+0c-1d-1}]$$

Equacionando **M**, **L**, **T** e  **$\theta$**  resulta no seguinte sistema

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{M}: 0a + 1b + 0c + 0d + 1 = 0 \\ \mathbf{L}: 1a - 3b + 1c + 2d + 1 = 0 \\ \mathbf{T}: 0a + 0b - 1c - 2d - 3 = 0 \\ \mathbf{\theta}: 0a + 0b + 0c - 1d - 1 = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = -1 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = -1 \end{array}$$

Logo, retornando ao  $\pi_2$ :

$$\pi_2 = x^{-1} \rho^{-1} v^{-1} c_p^{-1} k \longrightarrow \pi_2 = \frac{k}{x \rho v c_p} \longrightarrow \boxed{\pi_2 = \frac{\alpha}{XV}}$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

(vi) Determinação dos número adimensionais

(c)  $\pi_3 = x^a \rho^b v^c c_p^d h$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^0 L^1 T^0 \theta^0]^a [M^1 L^{-3} T^0 \theta^0]^b [M^0 L^1 T^{-1} \theta^0]^c [M^0 L^2 T^{-2} \theta^{-1}]^d [M^1 L^0 T^{-3} \theta^{-1}]$$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^{0a+1b+0c+0d+1} L^{1a-3b+1c+2d+0} T^{0a+0b-1c-2d-3} \theta^{0a+0b+0c-1d-1}]$$

Equacionando **M**, **L**, **T** e  **$\theta$**  resulta no seguinte sistema

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{M}: 0a + 1b + 0c + 0d + 1 = 0 \\ \mathbf{L}: 1a - 3b + 1c + 2d + 0 = 0 \\ \mathbf{T}: 0a + 0b - 1c - 2d - 3 = 0 \\ \mathbf{\theta}: 0a + 0b + 0c - 1d - 1 = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 0 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = -1 \end{array}$$

Logo, retornando ao  $\pi_3$ :

$$\pi_3 = x^0 \rho^{-1} v^{-1} c_p^{-1} h \longrightarrow \boxed{\pi_3 = \frac{h}{\rho v c_p}}$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

Dividindo  $\pi_3$  por  $\pi_2$ , tem-se:

$$\frac{\pi_3}{\pi_2} = \frac{h}{\rho v c_p} / \frac{\alpha}{xv} \rightarrow \boxed{\text{Nu} = \frac{hx}{k}}$$

sendo:  $\text{Nusselt} = \frac{\text{resistência ao transporte de calor por difusão}}{\text{resistência ao transporte de calor por convecção}}$

**OBS.:** representa o aumento da transferência de calor através da camada de fluido como resultado da convecção em relação à condução do mesmo fluido em toda a camada. Logo,  $\text{Nu} = 1$  representa condução pura



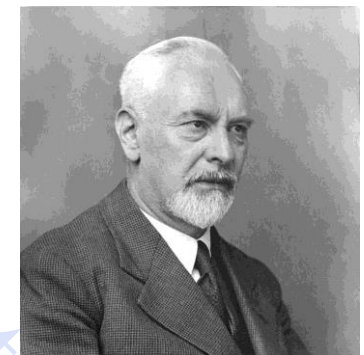
Wilhelm Nusselt (1882-1957)  
(Engenheiro Mecânico alemão)

Dividindo  $\pi_1$  por  $\pi_2$ , tem-se:

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{\mu}{x\rho v} / \frac{\alpha}{xv} \rightarrow \boxed{\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}}$$

sendo  $\nu$  a viscosidade cinemática ou difusividade de quantidade de movimento

sendo:  $\text{Prandtl} = \frac{\text{velocidade de transporte de quantidade de movimento}}{\text{velocidade de transporte de calor}}$



Ludwig Prandtl (1875-1953)  
(Engenheiro e Físico alemão)

**OBS.:** representa a magnitude relativa entre as espessuras das camadas limite hidrodinâmica e térmica. Isto será visto com detalhes mais adiante neste curso

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

**Conclusão:** desta forma, o resultado da análise dimensional de transferência de calor por convecção forçada indica a existência de uma correlação da forma:

**Estimativa Local:**

$$Nu_x = f(Re_x, Pr, x)$$

**Estimativa Média:**

$$Nu = f(Re, Pr)$$

2) Convecção Natural: Análise dos adimensionais relevantes pelo teorema de  $\pi$ -Buckingham

(i) Variáveis relevantes ( $n_v$ ) e sistema básico de dimensões (MLT $\theta$ )

**x:** dimensão característica [L];

**$\rho$ :** massa específica do fluido [ML<sup>-3</sup>];

**h:** coeficiente de transferência de calor por convecção [MT<sup>-3</sup> $\theta$ <sup>-1</sup>].

**$c_p$ :** calor específico do fluido [L<sup>2</sup>T<sup>-2</sup> $\theta$ <sup>-1</sup>];

**$\Delta\rho g$ :** diferença de peso específico [ML<sup>-2</sup>T<sup>-2</sup>];

**$\mu$ :** viscosidade do fluido [ML<sup>-1</sup>T<sup>-1</sup>];

**k:** condutividade térmica [MLT<sup>-3</sup> $\theta$ <sup>-1</sup>];



# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

### (ii) Matriz Dimensional

$$\begin{array}{l} \mathbf{M} \\ \mathbf{L} \\ \mathbf{T} \\ \theta \end{array} \begin{pmatrix} x & \mu & \rho & k & h & c_p & \Delta\rho g \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -3 & 1 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -3 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

### (iii) Rank (r): ordem do maior determinante não nulo (variáveis independentes)

Pelo teorema de Laplace, temos que (rever determinante de matriz)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -2 \\ -3 & -3 & -2 & -2 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \longrightarrow r(\text{rank}) = 4$$

### (iv) Número de grupos adimensionais relevantes ( $\pi$ grupos)

$$n_{\pi} = n_v - r \longrightarrow n_{\pi} = 7 - 4 \longrightarrow n_{\pi} = 3 \text{ (3 grupos adimensionais)}$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

(v) Escolhe-se um núcleo para a determinação dos  $\pi$  grupos

**Núcleo:**  $\left\{ \begin{array}{l} x - \text{variável geométrica} \\ \mu - \text{variável dinâmica} \\ \rho - \text{variável dinâmica} \\ c_p - \text{variável térmica} \end{array} \right.$

Deve-se combinar cada uma das variáveis do núcleo com as variáveis restantes para encontrar os adimensionais.

(vi) Determinação dos número adimensionais

(a)  $\pi_1 = x^a \rho^b \mu^c c_p^d k$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^0 L^1 T^0 \theta^0]^a [M^1 L^{-3} T^0 \theta^0]^b [M^1 L^{-1} T^{-1} \theta^0]^c [M^0 L^2 T^{-2} \theta^{-1}]^d [M^1 L^1 T^{-3} \theta^{-1}]$$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^{0a+1b+1c+0d+1} L^{1a-3b-1c+2d+1} T^{0a+0b-1c-2d-3} \theta^{0a+0b+0c-1d-1}]$$

Equacionando **M**, **L**, **T** e  **$\theta$**  resulta no seguinte sistema

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{M}: 0a + 1b + 1c + 0d + 1 = 0 \\ \mathbf{L}: 1a - 3b - 1c + 2d + 1 = 0 \\ \mathbf{T}: 0a + 0b - 1c - 2d - 3 = 0 \\ \mathbf{\theta}: 0a + 0b + 0c - 1d - 1 = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 0 \\ b = 0 \\ c = -1 \\ d = -1 \end{array}$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

### (vi) Determinação dos número adimensionais

Logo, retornando ao  $\pi_1$ :

$$\pi_1 = x^0 \rho^0 \mu^{-1} c_p^{-1} k \rightarrow \boxed{\frac{1}{\pi_1} = Pr = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}}$$

**OBS.:** que é o Número de Prandtl visto na convecção forçada

(b)  $\pi_2 = x^a \rho^b \mu^c c_p^d h$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^0 L^1 T^0 \theta^0]^a [M^1 L^{-3} T^0 \theta^0]^b [M^1 L^{-1} T^{-1} \theta^0]^c [M^0 L^2 T^{-2} \theta^{-1}]^d [M^1 L^0 T^{-3} \theta^{-1}]$$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^{0a+1b+1c+0d+1} L^{1a-3b-1c+2d+1} T^{0a+0b-1c-2d-3} \theta^{0a+0b+0c-1d-1}]$$

Equacionando **M**, **L**, **T** e  **$\theta$**  resulta no seguinte sistema

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{M}: 0a + 1b + 1c + 0d + 1 = 0 \\ \mathbf{L}: 1a - 3b - 1c + 2d + 0 = 0 \\ \mathbf{T}: 0a + 0b - 1c - 2d - 3 = 0 \\ \mathbf{\theta}: 0a + 0b + 0c - 1d - 1 = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{resolvendo}} \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -1 \\ d = -1 \end{array}$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

### (vi) Determinação dos número adimensionais

Logo, retornando ao  $\pi_2$ :

$$\pi_2 = x^1 \rho^0 \mu^{-1} c_p^{-1} h \longrightarrow \boxed{\pi_2 = \frac{xh}{\mu c_p}}$$

Dividindo  $\pi_2$  por  $\pi_1$ , tem-se:

$$\frac{\pi_2}{\pi_1} = \frac{xh}{\mu c_p} \frac{\mu c_p}{k} \longrightarrow \boxed{Nu = \frac{hx}{k}}$$

**OBS.:** que é o Número de Nusselt visto na convecção forçada

(c)  $\pi_3 = x^a \rho^b \mu^c c_p^d \Delta\rho g$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^0 L^1 T^0 \theta^0]^a [M^1 L^{-3} T^0 \theta^0]^b [M^1 L^{-1} T^{-1} \theta^0]^c [M^0 L^2 T^{-2} \theta^{-1}]^d [M^1 L^{-2} T^{-2} \theta^0]$$

$$[M^0 L^0 T^0 \theta^0] = [M^{0a+1b+1c+0d+1} L^{1a-3b-1c+2d-2} T^{0a+0b-1c-2d-2} \theta^{0a+0b+0c-1d+0}]$$

Equacionando **M**, **L**, **T** e  **$\theta$**  resulta no seguinte sistema

$$\mathbf{M}: 0a + 1b + 1c + 0d + 1 = 0$$

$$\mathbf{L}: 1a - 3b - 1c + 2d - 2 = 0$$

$$\mathbf{T}: 0a + 0b - 1c - 2d - 2 = 0$$

$$\mathbf{\theta}: 0a + 0b + 0c - 1d + 0 = 0$$

resolvendo  $\longrightarrow$

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$$c = -2$$

$$d = 0$$

# 8 . Convecção de Calor

## 8.4 Análise Dimensional da Transferência de Calor por Convecção

### (vi) Determinação dos número adimensionais

Logo, retornando ao  $\pi_3$ :

$$\pi_3 = x^3 \rho^1 \mu^{-2} c_p^0 \Delta \rho g \longrightarrow \pi_3 = Gr = \frac{x^3 \rho \Delta \rho g}{\mu^2}$$

sendo:  $Grashof = \frac{\text{força de empuxo}}{\text{força viscosa}}$



Franz Grashof (1826-1893) –  
Engenheiro alemão

**OBS.:** o papel realizado pelo **número de Reynolds** em convecção forçada é desempenhado pelo **número de Grashof** em convecção natural. Logo, o **número de Grashof** fornece o principal critério para a transição de escoamento laminar para turbulento em convecção natural

**Conclusão:** desta forma, o resultado da análise dimensional de transferência de calor **por convecção natural** indica a existência de uma correlação da forma:

**Estimativa Local:**

$$Nu_x = f(Gr_x, Pr, x)$$

**Estimativa Média:**

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

**OBS.:** a redução do número de variáveis de **7** para **3**, tanto na **convecção forçada**, quanto na **convecção natural** de calor, ajudou os pesquisadores que sugeriram correlações dessas formas para fornecer muitas das equações empíricas que serão reportadas adiante neste curso.

# Bibliografia

**INCROPERA, F.P. e DEWITT, D.P. Fundamentos de transferência de calor e massa, 6ª ed., LTC, 2008.**

**ÇENGEL, Y.A e GHAJAR, A.J.; Transferência de calor e massa, McGraw Hill, 4ª edição, 2012.**

**WELTY, J. R.; RORRER, G. L.; FOSTER, D.G. Fundamentos de Transferência de Momento, de Calor e de Massa; tradução e revisão técnica Verônica Calado, 6. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2017.**

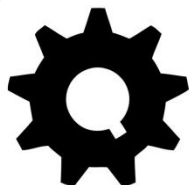


**UFG**

UNIVERSIDADE  
FEDERAL DE GOIÁS

**Instituto de Química**

**IQ - UFG**



**ENGENHARIA QUÍMICA**

Universidade Federal de Goiás

# Convecção Forçada

## Escoamento Externo

Professor Dyrney Araújo dos Santos

**Universidade Federal de Goiás**

**Curso: Graduação em Engenharia Química**

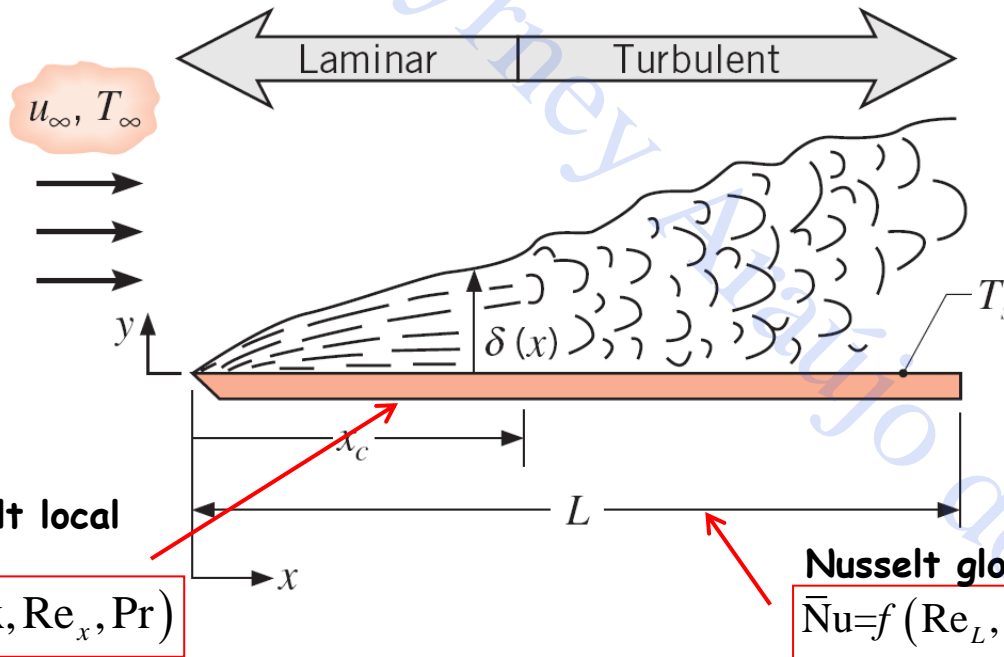
**Disciplina: Fenômenos de Transporte 2**

site: [www.dyrney.com](http://www.dyrney.com)

# 9 . Convecção Forçada – Escoamento Externo

## 9.1 Escoamento sobre Placas

O desenvolvimento da camada limite começa na aresta frontal ( $x=0$ ) e a transição para o regime turbulento pode ocorrer em uma posição a jusante ( $x_c$ ).



Transição: Escoamentos Externos

$Re \leq 5 \times 10^5$   $\rightarrow$  Laminar

$Re > 5 \times 10^5$   $\rightarrow$  Turbulento

sendo: Reynolds local:

$$Re_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}$$

Reynolds global:

$$Re_L = \frac{\rho u_\infty L}{\mu}$$



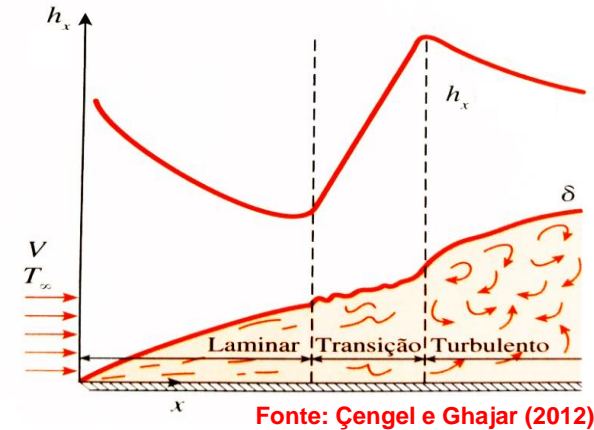
# 9 . Convecção Forçada – Escoamento Externo

## 9.1 Escoamento sobre Placas

a) Para camada limite totalmente Laminar ( $Re < 5 \times 10^5$ ), tem-se:

$$(\text{valor local}) \quad Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad (Pr \geq 0,6)$$

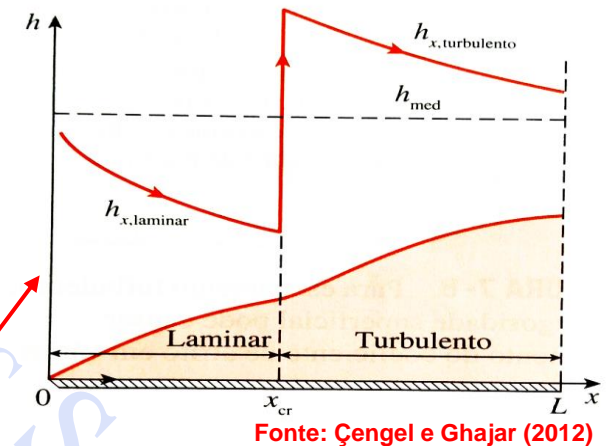
$$(\text{valor global}) \quad \bar{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k} = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad (Pr \geq 0,6)$$



b) Para camada limite totalmente Turbulenta ( $Re > 5 \times 10^5$ ), tem-se:

$$(\text{valor local}) \quad Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad (0,6 \leq Pr \leq 60)$$

$$(\text{valor global}) \quad \bar{Nu} = 0,037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3} \quad (0,6 \leq Pr \leq 60)$$



c) Em casos em que a placa é suficientemente longa para tornar o escoamento turbulento, mas não é suficientemente longa para ignorar a região de escoamento laminar, tem-se:

$$(\text{valor global}) \quad \bar{Nu} = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad (0,6 \leq Pr \leq 60)$$

**OBS.:** neste caso o coeficiente médio foi obtido por meio da integração de ambas as equações para os coeficientes locais laminar e turbulento acima

**OBS.:** para todas estas correlações, as propriedades físicas são avaliadas na temperatura do filme ( $T_F$ ), sendo  $T_S$  e  $T_\infty$  as temperaturas da superfície e do fluido, respectivamente.

$$T_F = (T_S + T_\infty) / 2$$

# 9 . Convecção Forçada – Escoamento Externo

## 9.2 Escoamento transversal sobre dutos circulares e não circulares

a) Correlação de Hilpert, Knudsen e Katz para dutos circulares:

$$\overline{Nu}_D = \frac{\overline{h}D}{k} = C Re_D^m Pr^{1/3} \quad \text{para} \quad Pr \geq 0,7$$

**OBS.:** Propriedades físicas avaliadas na temperatura do filme ( $T_F$ ).

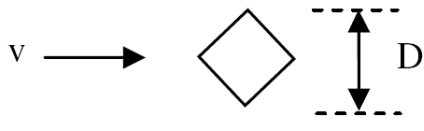
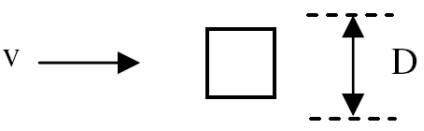
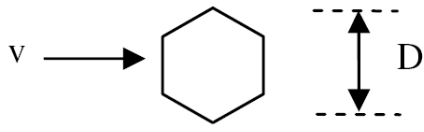

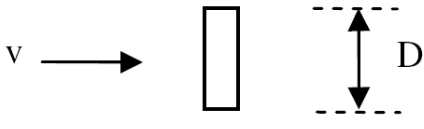
**OBS.:** Os parâmetros **m** e **C** para dutos circulares dependem da faixa do **número de Reynolds ( $Re_D$ )**, conforme a tabela abaixo

$Re_D$	<b>C</b>	<b>m</b>
0,4 - 4	0,989	0,330
4 - 40	0,911	0,385
40 - 4000	0,683	0,466
4000 - 40000	0,193	0,618
40000 - 400000	0,027	0,805

# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

## 9.2 Escoamento transversal sobre dutos circulares e não circulares

O **Modelo de Hilpert** também pode ser aplicado a dutos não circulares, desde que as constantes sejam adequadamente utilizadas, conforme a tabela abaixo

Geometria	$Re_D$	C	m
	$5 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^5$	0,2460	0,588
	$5 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^5$	0,1020	0,675
	$5 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^5$ $1,95 \cdot 10^4 - 1,95 \cdot 10^5$	0,1600 0,0385	0,638 0,782
	$5 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^5$	0,1530	0,638
	$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$	0,2280	0,731

# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

## 9.2 Escoamento transversal sobre dutos circulares e não circulares

**b) Correlação de Zukauskas para dutos circulares:**

$$\overline{\text{Nu}}_D = C \text{Re}_D^m \text{Pr}^n \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_s} \right)^{1/4} \quad \text{para} \quad \left\{ \begin{array}{l} (0,7 < \text{Pr} < 500) \text{ e } (1 < \text{Re}_D < 10^6) \\ \text{Se } \text{Pr} \leq 10 \rightarrow n = 0,37 \\ \text{Se } \text{Pr} > 10 \rightarrow n = 0,36 \end{array} \right.$$

**OBS.:** Todas as grandezas são avaliadas a  $T_\infty$ , exceto  $\text{Pr}_s$  que é avaliada a  $T_s$ .

**OBS.:** Os parâmetros  $m$  e  $C$  dependem da faixa do **número de Reynolds ( $\text{Re}_D$ )**, conforme a tabela abaixo

$\text{Re}_D$	$C$	$m$
1 - 40	0,750	0,4
40 - 1000	0,510	0,5
$1 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^5$	0,260	0,6
$2 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^6$	0,076	0,7

## 9 . Convecção Forçada – Escoamento Externo

### 9.2 Escoamento transversal sobre dutos circulares e não circulares

c) Correlação de Churchill-Bernstein para dutos circulares:

$$\bar{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad \text{para} \quad \left\{ \begin{array}{l} (10^2 < Re_D < 10^7) \\ (Re Pr > 0,2) \end{array} \right.$$

**OBS.:** Propriedades físicas avaliadas na temperatura do filme ( $T_F$ ).

d) Correlação de Nakai-Okazaki para dutos circulares:

$$\bar{Nu}_D = \frac{1}{0,8237 - \ln \left[ (Re_D Pr)^{1/2} \right]} \quad \text{para} \quad Re_D Pr < 2$$

**OBS.:** Propriedades físicas avaliadas na temperatura do filme ( $T_F$ ).

# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

## 9.2 Escoamento sobre Esferas

Correlação de Whitaker para escoamento sobre uma esfera:

$$\bar{Nu}_D = 2 + \left(0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{2/3}\right) Pr^{0,4} \left(\mu/\mu_s\right)^{1/4} \quad \text{para} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0,71 < Pr < 380 \\ 3,5 < Re_D < 7,6 \times 10^4 \\ 1,0 < (\mu/\mu_s) < 3,2 \end{array} \right.$$

**OBS.:** Todas as grandezas são avaliadas a  $T_\infty$ , exceto  $\mu_s$  que é avaliada a  $T_s$ .

## 9.3 Escoamento sobre Feixes de Tubos

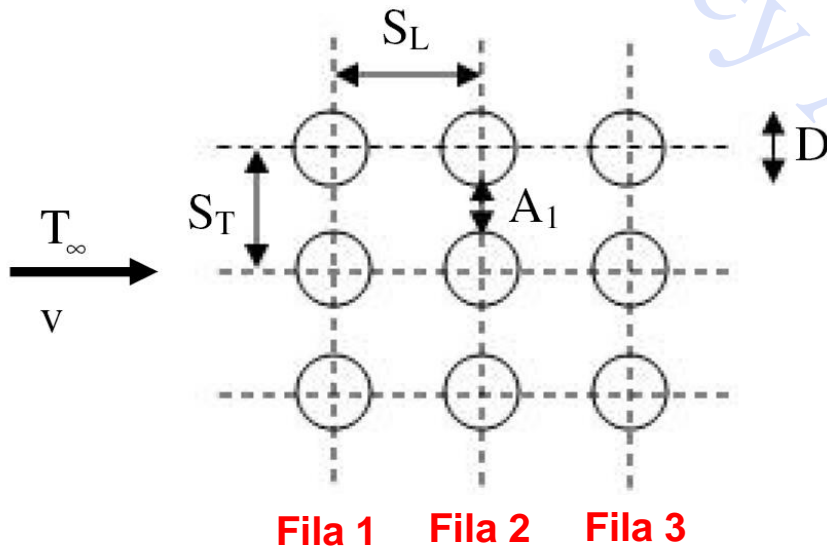
É muito comum em engenharia, o escoamento de fluidos sobre feixes de tubos (trocadores de calor é um caso típico). Um feixe de tubo (também chamado de banco de tubos) pode estar organizado segundo um arranjo alinhado ou alternado, conforme mostrado a seguir

# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

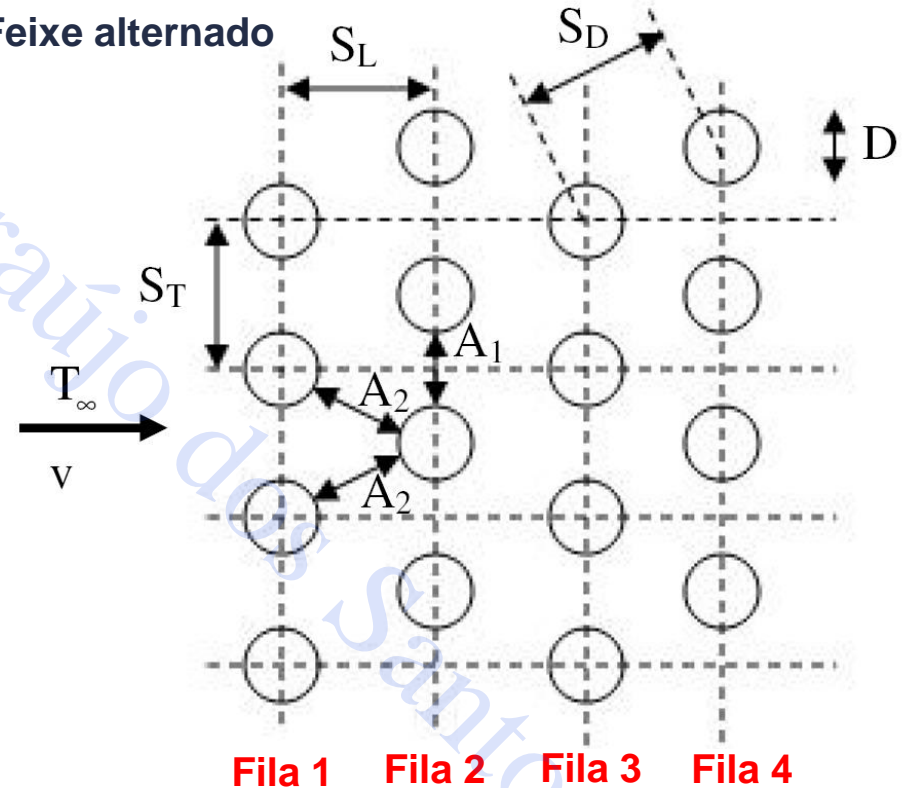
## 9.3 Escoamento sobre Feixes de Tubos

### Arranjos de tubos sob a forma alinhada e alternada

#### i) Feixe alinhado



#### ii) Feixe alternado



# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

## 9.3 Escoamento sobre Feixes de Tubos

a) Correlação de Zhukauskas: aplicada, tanto para feixes de tubos alinhados, quanto alternados

$$\overline{\text{Nu}}_D = C \text{Re}_{D,\max}^m \text{Pr}^{0,36} \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_s} \right)^{\frac{1}{4}} \quad \text{para} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{número de fileiras } N_L \geq 20 \\ 0,7 < \text{Pr} < 500 \\ 10 \leq \text{Re}_{D,\max} \leq 2 \cdot 10^6 \end{array} \right.$$

**OBS.:** Todas as propriedades, exceto  $\text{Pr}_s$ , são avaliadas na temperatura média aritmética entre as temperaturas do fluido na entrada ( $T_{\text{ent}} = T_\infty$ ) e na saída ( $T_{\text{sai}}$ ) do banco de tubos.

**OBS.:** Os parâmetros  $m$  e  $C$  são mostrados na tabela a seguir



# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

## 9.3 Escoamento sobre Feixes de Tubos

Parâmetros **m** e **C** para feixes de tubos

Configuração	$Re_{D,max}$	C	m
Alinhada	$10 - 10^2$	0,80	0,4
Alternada	$10 - 10^2$	0,90	0,4
Alinhada Alternada	$10^2 - 10^3$ $10^2 - 10^3$	Aproximado como um único cilindro (isolado)	
Alinhada ( $S_T/S_L > 0,7$ )	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0,27	0,63
Alternada ( $S_T/S_L < 2$ )	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	$0,35 \left( \frac{S_T}{S_L} \right)^{\frac{1}{5}}$	0,60
Alternada ( $S_T/S_L > 2$ )	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0,40	0,60
Alinhada	$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	0,021	0,84
Alternada	$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	0,022	0,84

# 9 . Convecção Forçada – Escoamento Externo

## 9.3 Escoamento sobre Feixes de Tubos

a) Correlação de Zhukauskas: aplicada, tanto para feixes de tubos alinhados, quanto alternados

Se  $N_L$  (número de fileiras)  $< 20$ , utiliza-se a correlação de Zhukauskas multiplicada por um fator de correção  $C_2$

$$\overline{Nu}_D \Big|_{N_L < 20} = C_2 \overline{Nu}_D \Big|_{N_L \geq 20}$$

Fatores de correção para  $N_L < 20$

$N_L$	1	2	3	4	5	7	10	13	16
Alinhada	0,70	0,80	0,86	0,90	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99
Alternada	0,64	0,76	0,84	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

## 9.3 Escoamento sobre Feixes de Tubos

O número de Reynolds máximo [ $Re_{D,max} = \rho V_{max} D / \mu$ ] baseia-se na velocidade máxima do fluido ( $V_{max}$ ) no interior do feixe tubular:

- Considerando feixe alinhado,  $V_{max}$  ocorre no plano transversal  $A_1$ :

$$V_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} V \quad \text{sendo } V \text{ a velocidade a } \underline{\text{montante do feixe de tubos}}$$

- Considerando feixe alternado,  $V_{max}$  pode ocorrer tanto em  $A_1$  quanto em  $A_2$ :

Se  $S_D = \left[ S_L^2 + \left( \frac{S_T}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} < \frac{S_T + D}{2} \rightarrow \boxed{V_{max} \text{ ocorre em } A_2} \rightarrow \boxed{V_{max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V}$

Senão  $\rightarrow \boxed{V_{max} \text{ ocorre em } A_1} \rightarrow \boxed{V_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} V}$

# 9 . Convecção Forçada – escoamento Externo

## 9.3 Escoamento sobre Feixes de Tubos

A taxa de transferência de calor por unidade de comprimento dos tubos é dada abaixo, sendo  $N$  o número total de tubos e  $\Delta T_m$  a média logarítmica da temperatura

$$Q' = N(\bar{h}\pi D\Delta T_m) \quad e \quad \Delta T_m = \frac{(T_s - T_{ent}) - (T_s - T_{sai})}{\ln\left(\frac{T_s - T_{ent}}{T_s - T_{sai}}\right)}$$

}

$T_s$  = temperatura da superfície

$T_{ent}$  = temperatura na entrada

$T_{sai}$  = temperatura na saída

A temperatura de saída, necessária para calcular  $\Delta T_m$ , pode ser estimada pela seguinte expressão, sendo  $N_T$  o número de tubos em cada fila:

$$\frac{T_s - T_{sai}}{T_s - T_{ent}} = \exp\left(-\frac{\pi DN\bar{h}}{\rho v N_T S_T c_p}\right)$$

**OBS.:** Como, normalmente, não se conhece a priori a temperatura na saída dos feixes, a qual é necessária para se avaliar as propriedades físicas (média entre as temperaturas de entrada e saída), deve-se adotar um método iterativo

## 9 . Convecção Forçada – Escoamento Externo

**Exercício Proposto 15:** Ar a uma temperatura de **300°C**, escoava com uma velocidade de **10 m/s** sobre uma placa plana com **0,5 m** de comprimento. Determine a taxa de resfriamento, por unidade de largura da placa, necessária para mantê-la com uma temperatura superficial de **27 °C**.

# Bibliografia

**INCROPERA, F.P. e DEWITT, D.P. Fundamentos de transferência de calor e massa, 6ª ed., LTC, 2008.**

**ÇENGEL, Y.A e GHAJAR, A.J.; Transferência de calor e massa, McGraw Hill, 4ª edição, 2012.**

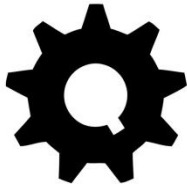
**WELTY, J. R.; RORRER, G. L.; FOSTER, D.G. Fundamentos de Transferência de Momento, de Calor e de Massa; tradução e revisão técnica Verônica Calado, 6. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2017.**



**UFG**  
UNIVERSIDADE  
FEDERAL DE GOIÁS

**Instituto de Química**

**IQ - UFG**



**ENGENHARIA QUÍMICA**  
Universidade Federal de Goiás

# Convecção Forçada

## Escoamento Interno

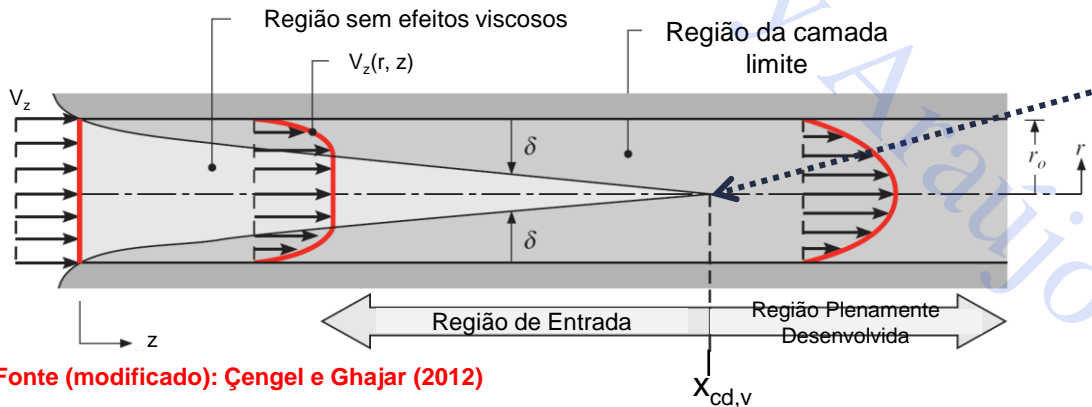
Professor Dyrney Araújo dos Santos  
Universidade Federal de Goiás  
Curso: Graduação em Engenharia Química  
Disciplina: Fenômenos de Transporte 2  
site: [www.dyrney.com](http://www.dyrney.com)

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.1 Comprimento de Entrada em um Escoamento Interno

**Escoamento interno:** em um escoamento interno não isotérmico, tem-se a região de entrada, onde o perfil de velocidade e de temperatura se desenvolvem na direção do escoamento até que a espessura das camadas limites correspondentes (**hidrodinâmica e térmica**) atinjam o centro do tubo e as camadas limites se fundem. A distância da entrada até a “fusão” é chamado de **comprimento de entrada**, a partir do qual o escoamento se diz **completamente desenvolvido**.

### a) Considerações Fluidodinâmicas: Camada Limite Hidrodinâmica



**Escoamento Hidrodinamicamente Desenvolvido:** a partir do local onde ocorre a fusão da camada-limite hidrodinâmica no eixo central do tubo ( $x_{cd,v}$ ). A velocidade  $V_z$  não varia mais com  $z$ , apenas com  $r$ .

sendo:  $Re_D = \frac{DV_{méd}\rho}{\mu}$

**OBS.:** A velocidade média é normalmente calculada na região plenamente desenvolvida

$$V_{méd} = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} V_z(r) r dr$$

Comprimento de entrada dinâmico para a velocidade ( $x_{cd,v}$ ):

• **Escoamento Laminar** ( $Re_D < 2300$ ):  $\left(\frac{x_{cd,v}}{D}\right) \approx 0,05 Re_D$

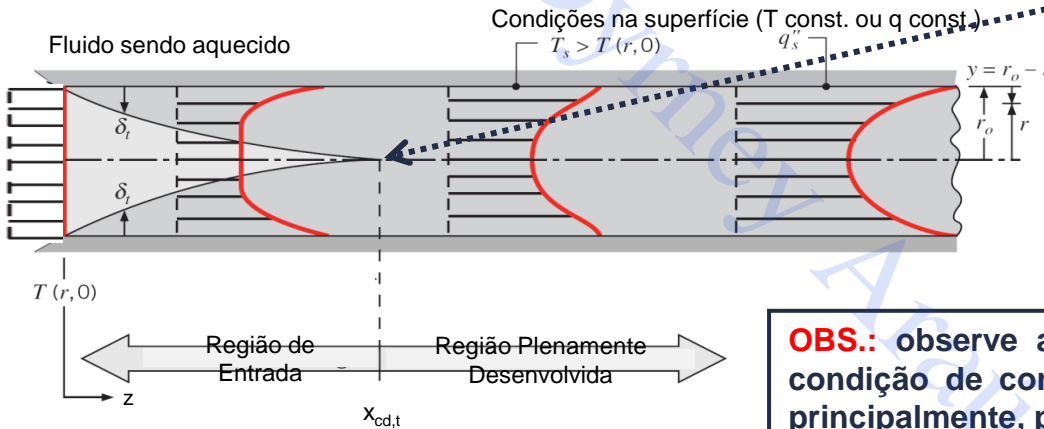
• **Escoamento Turbulento** ( $Re_D > 2300$ ):  $\left(\frac{x_{cd,v}}{D}\right) \approx 10$



# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.1 Comprimento de Entrada em um Escoamento Interno

### b) Considerações Térmicas: Camada Limite Térmica



**Escoamento Termicamente Desenvolvido:** a partir do local onde ocorre a fusão da camada-limite no eixo central do tubo ( $x_{cd,t}$ ).

**OBS.:** diferente do escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, em que  $V_z(r)$ , no escoamento termicamente desenvolvido ainda temos  $T(r, z)$ !!!

**OBS.:** observe a dependência do perfil de temperaturas com a condição de contorno térmica na parede do tubo. Isto é válido, principalmente, para escoamento laminar.

A magnitude relativa entre as camadas limites térmica e hidrodinâmica é dada pelo “Número de Prandtl ( $Pr$ )”, a seguir

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

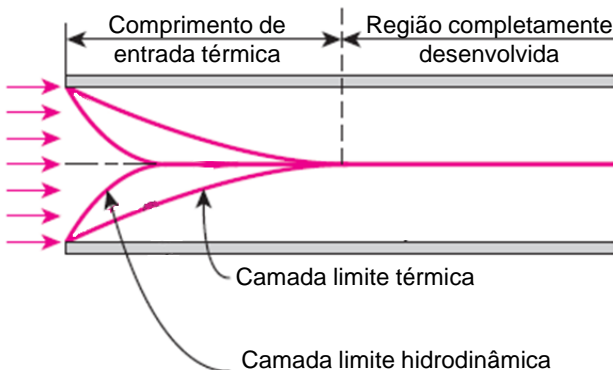
sendo:  $\nu$  [ $\mu/\rho$ ] a difusividade de quantidade de movimento e  $\alpha$  [ $k/(\rho \cdot cp)$ ] a difusividade térmica.

$Pr < 1$  implica  $x_{cd,v} > x_{cd,t}$   
 $Pr > 1$  implica  $x_{cd,v} < x_{cd,t}$

**Comprimento de entrada térmico ( $x_{cd,t}$ ):**

• **Escoamento Laminar** ( $Re_D < 2300$ ):  $\left(\frac{x_{cd,t}}{D}\right) \approx 0,05 Re_D Pr$

• **Escoamento Turbulento** ( $Re_D > 2300$ ):  $\left(\frac{x_{cd,t}}{D}\right) \approx 10$ , logo independe de  $Pr$



# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.1 Comprimento de Entrada em um Escoamento Interno

Quando o escoamento se encontra termicamente desenvolvido, apesar de  $T(r, z)$ , o perfil adimensional de temperaturas, expresso como  $(T_s - T)/(T_s - T_{méd})$ , sendo  $T_{méd}$  a temperatura média ao longo da área da seção transversal, permanece inalterado com  $z$ . Logo:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{T_s - T}{T_s - T_{méd}} \right) = 0$$

**OBS.:** a partir desta expressão para a temperatura adimensional, prove que em um escoamento termicamente desenvolvido  $h$  permanece constante!!!

**OBS.:** No escoamento desenvolvido,  $h$  independe de  $z$

A temperatura média, em uma determinada posição  $z$ , é deduzida abaixo:

- sabe-se que a taxa de calor advectiva varia ao longo da distância radial no tubo, visto que  $V_z$  e  $T$  são funções do raio, como mostrado abaixo:

$$Q(r) = \rho V_z(r) A_c c_p T(r)$$

- definindo uma taxa média de calor como abaixo e igualando com a expressão acima

$$\bar{Q} = \rho V_{méd} A_c c_p T_{méd} = \rho c_p \int_A V_z T dA_c \quad \text{sendo: } A_c \text{ a área da seção transversal, } V_{méd} \text{ a velocidade média do escoamento e } V_z \text{ a velocidade em } z \text{ (varia com } r \text{)}$$

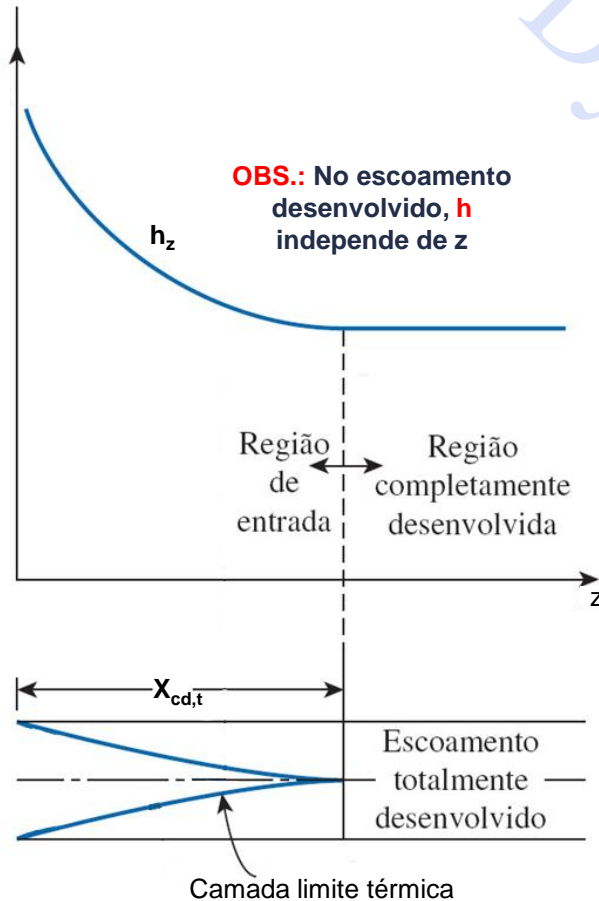
- Logo, tem-se a temperatura média em uma posição  $z$ :

$$T_{méd} = \frac{1}{A_c V_{méd}} \int_{A_c} V_z T dA_c$$

Desta forma, a taxa de calor por convecção da parede para o fluido em um escoamento interno, em uma determinada posição  $z$ , é melhor representado como sendo:

$$Q = hA(T_s - T_{méd})$$

**OBS.:** o perfil adimensional de temperaturas, assim como o coeficiente de transferência de calor por convecção, permanecem constantes na região termicamente desenvolvida.



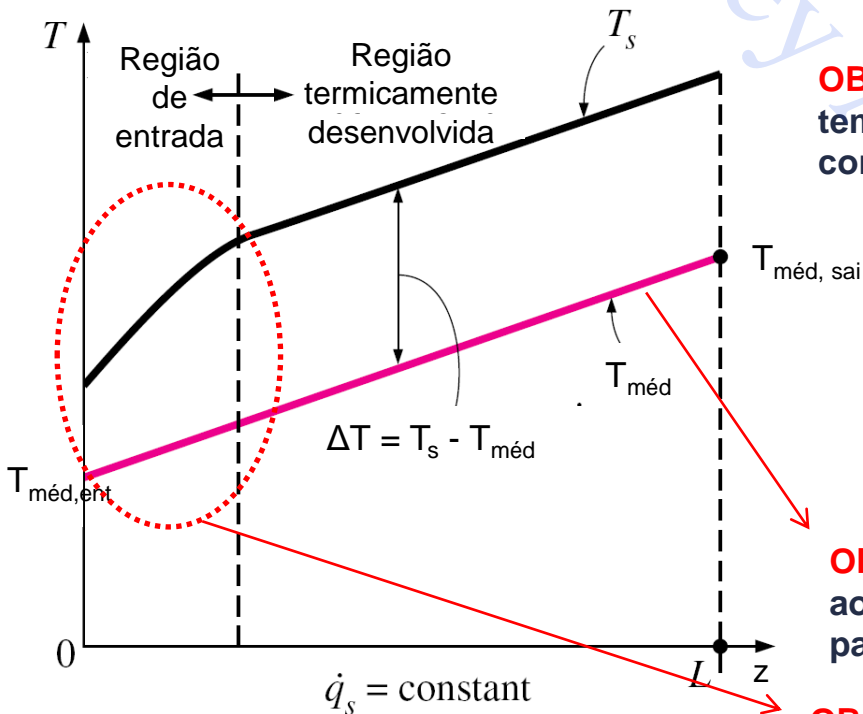
Fonte: Çengel e Ghajar (2012)

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.2 Condições de Contorno Térmicas na Parede do Duto

Como será visto,  $h$  depende da condição de contorno térmica na parede do tubo, ou seja, **fluxo térmico constante** ou **temperatura constante**. Isto é válido, principalmente, para escoamento laminar.

**A) Fluxo de calor constante na parede do Duto ao longo de  $z$  ( $q = cte$ ): Ex.: fluido sendo aquecido**



**OBS.:** Para um fluxo constante na superfície, a diferença de temperaturas  $T_s - T_{méd}$  é constante ao longo do tubo na região completamente desenvolvida

Logo, quando não há perda para o ambiente, a energia “retirada” da parede por convecção é totalmente usada para aquecer o fluido, ou seja:

$$Q = hA_s (T_s - T_{méd}) = \dot{m}c_p (T_{méd,sai} - T_{méd,ent})$$

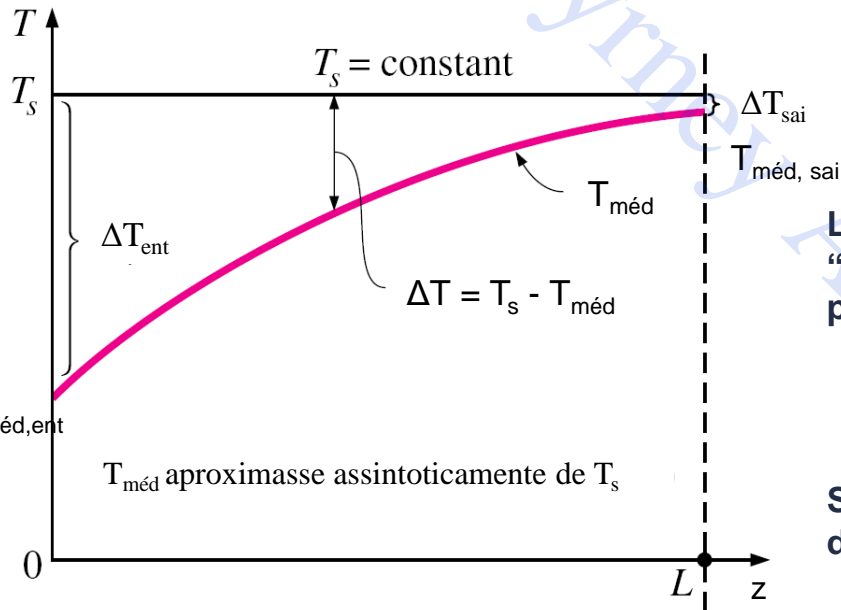
**OBS.:** A temperatura média do fluido varia **linearmente** ao longo da tubulação para fluxo de calor constante na parede, assim como  $T_s$

**OBS.:** Na região de entrada,  $T_s - T_{méd}$  aumenta pois  $h$  diminui (**para que “q” seja constante**) até que seja atingida uma condição plenamente desenvolvida

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.2 Condições de Contorno Térmicas na Parede do Duto

**B) Temperatura constante na parede do Duto ao longo de  $z$  ( $T_s = \text{cte}$ ). Ex.: fluido sendo aquecido**



**OBS.:** Para  $T_s$  constante na superfície, a diferença de temperaturas  $T_s - T_{méd}$  varia exponencialmente ao longo da tubulação

Logo, quando não há perda para o ambiente, a energia “retirada” da parede por convecção é totalmente usada para aquecer o fluido, ou seja:

$$Q = hA_s \Delta T_{ml} = \dot{m} c_p (T_{méd, sai} - T_{méd, ent})$$

Sendo a diferença média logarítmica de temperaturas dada por:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_{sai} - \Delta T_{ent}}{\ln(\Delta T_{sai} / \Delta T_{ent})}$$

**Caso específico:** Caso a temperatura do fluido externo  $T_\infty$  e não  $T_s$  for especificada, os mesmos resultados podem ser utilizados substituindo  $T_s$  por  $T_\infty$  na média e  $h$  por  $U$  (coeficiente global de transferência de calor). Logo,

$$Q = UA_s \Delta T_{ml}$$

e

$$U = \frac{1}{A_s R_{tot}}$$

sendo  $R_{tot}$  a resistência total, convectiva e condutiva

# 10 . Convecção Forçada – escoamento Interno

## 10.3 Correlações: Escoamento Laminar em Tubos Circulares

### a) Condições Plenamente Desenvolvidas

#### i) Fluxo de calor na superfície constante

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 4,36 \quad (q = \text{constante})$$

Número de Nusselt independente de Pr e Re e da posição axial

#### ii) Temperatura na superfície constante

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 3,66 \quad (T_s = \text{constante})$$

Número de Nusselt independente de Pr e Re e da posição axial

### b) Condições de Entrada:

Correlação de Hausen: Temperatura na superfície constante ( $Pr > 5$ ).  $\bar{Nu}_D$  é o valor médio da entrada até uma posição  $z$  no tubo

$$\bar{Nu}_D = 3,66 + \frac{0,0668(D/z)Re_D Pr}{1 + 0,04[(D/z)Re_D Pr]^{2/3}}$$

**OBS.:** Todas as propriedades das correlações aqui devem ser avaliadas no valor médio da temperatura média,

$$\bar{T}_{\text{méd}} = (T_{\text{méd,ent}} + T_{\text{méd,sai}}) / 2$$

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.3 Correlações: Escoamento Laminar em Tubos Circulares

### b) Condições de Entrada:

Correlação de Sieder-Tate: Temperatura na superfície constante. Aplicada para grandes variações de  $T_s - T_{\text{méd}}$ , onde os efeitos da temperatura sobre a viscosidade são considerados

$$\bar{Nu}_D = 1,86 \left( \frac{Re_D PrD}{z} \right)^{1/3} (\mu/\mu_s)^{0,14} \text{ para } \begin{cases} 0,48 < Pr < 16700 \\ 0,0044 < \mu/\mu_s < 9,75 \end{cases}$$

**OBS.:**  $\bar{Nu}_D$  é o valor médio da entrada até uma posição  $z$  no tubo. Todas as propriedades, exceto  $\mu_s$  (avaliada a  $T_s$ ), devem ser avaliadas a  $\bar{T}_{\text{méd}}$

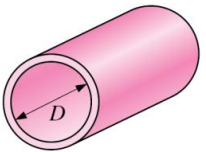
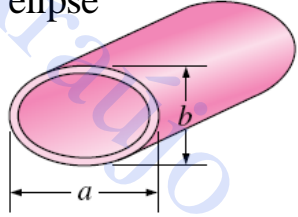
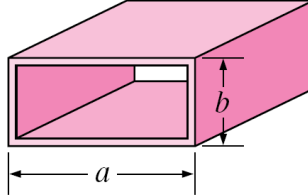
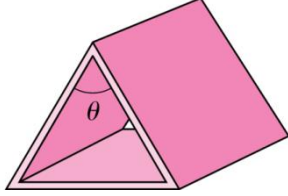
## 10.4 Correlações: Escoamento Laminar em Tubos Não Circulares

**OBS.:** Para Escoamento Laminar Completamente Desenvolvido os valores de  $Nu$  podem ser obtidos com a correlação de Kay-Crawford, cujos valores são dispostos na tabela a seguir para diferentes geometrias da seção transversal em função do diâmetro hidráulico da tubulação  $D_h$ , ou seja,  $D_h = 4Ac/P$ , sendo  $Ac$  a área da seção transversal e  $P$  o perímetro molhado.

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.4 Correlações: Escoamento Laminar em Tubos Não Circulares

$$Nu_D = hD_h/k \text{ sendo } k \text{ avaliado a } \bar{T}_{\text{méd}}$$

seção transversal	fluxo constante	$T_s$ constante	seção transversal	fluxo constante	$T_s$ constante
 <p>círculo</p>	4,36	3,66	 <p>elipse</p>	$\frac{a/b}{1}$ 4,36 $\frac{a/b}{2}$ 4,56 $\frac{a/b}{4}$ 4,88 $\frac{a/b}{8}$ 5,09 $\frac{a/b}{16}$ 5,18	3,66 3,74 3,79 3,72 3,65
 <p>retângulo</p>	$\frac{a/b}{1}$ 3,61 $\frac{a/b}{2}$ 4,12 $\frac{a/b}{3}$ 4,79 $\frac{a/b}{4}$ 5,33 $\frac{a/b}{6}$ 6,05 $\frac{a/b}{8}$ 6,49 $\frac{a/b}{\infty}$ 8,24	2,98 3,39 3,96 4,44 5,14 5,60 7,54	 <p>triângulo isósceles</p>	$\frac{\theta}{10^\circ}$ 2,45 $\frac{\theta}{30^\circ}$ 2,91 $\frac{\theta}{60^\circ}$ 3,11 $\frac{\theta}{90^\circ}$ 2,98 $\frac{\theta}{120^\circ}$ 2,68	1,61 2,26 2,47 2,34 2,00

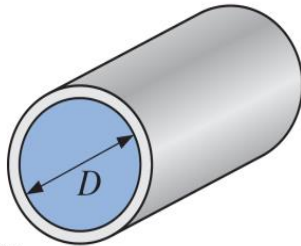


# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.4 Correlações: Escoamento Laminar em Tubos Não Circulares

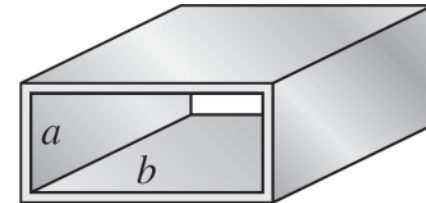
**Exemplos:** Os diâmetros hidráulicos para alguns dutos de diferentes áreas da seção transversal são mostrados a seguir:

**Tubo Circular**



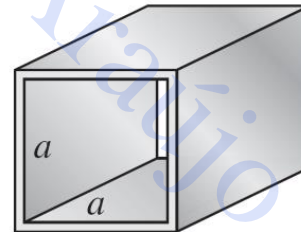
$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

**Tubo Retangular**



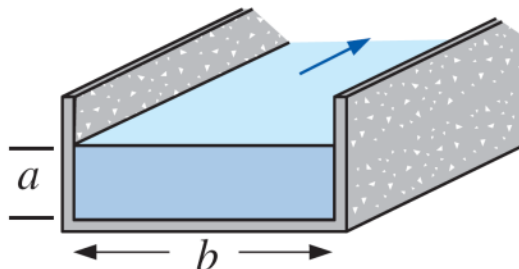
$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

**Tubo Quadrangular**



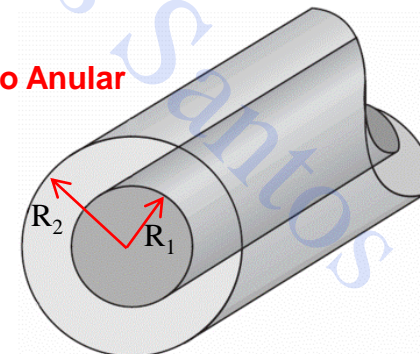
$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

**Canal aberto**



$$D_h = \frac{4ab}{2a+b}$$

**Seção Anular**



$$D_h = D_2 - D_1$$



# 10 . Convecção Forçada – escoamento Interno

## 10.5 Correlações: Escoamento Turbulento em Tubos Circulares

a) Correlação de Dittus-Boelter: aplicada para escoamento plenamente desenvolvido com gradientes moderados de temperaturas ( $T_s - T_{méd}$ )

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{\frac{4}{5}} Pr^n \text{ para } \left\{ \begin{array}{l} 0,6 < Pr < 160 \\ Re_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \\ n = 0,4 \text{ para aquecimento} \\ n = 0,3 \text{ para resfriamento} \end{array} \right.$$

b) Correlação de Sieder-Tate: aplicada para escoamento plenamente desenvolvido com grandes variações de temperatura ( $T_s - T_{méd}$ )

$$Nu_D = 0,027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left( \mu / \mu_s \right)^{0,14} \text{ para } \left\{ \begin{array}{l} 0,7 < Pr < 16.700 \\ Re_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \end{array} \right.$$

**OBS.:** todas as propriedades, exceto  $\mu_s$  (avaliada a  $T_s$ ), são avaliadas a  $\bar{T}_{méd}$ . As equações acima são válidas para fluxo de calor constante ou temperatura constante na parede e tubos lisos

# 10 . Convecção Forçada – escoamento Interno

## 10.5 Correlações: Escoamento Turbulento em Tubos Circulares

**OBS.:** Existem na literatura correlações mais recentes e mais precisas, tanto para fluxo, quanto para temperatura constantes na parede, e tubos rugosos, tais como:

c) Correlação de Petukhov: aplicada para escoamento plenamente desenvolvido

$$\text{Nu}_D = \frac{(f/8)\text{Re}_D \text{Pr}}{1,07 + 12,8(f/8)^{1/2} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}$$

para  $\left\{ \begin{array}{l} 0,5 < \text{Pr} < 2000 \\ 1.10^4 < \text{Re}_D < 5.10^6 \end{array} \right.$  Propriedades avaliadas a  $\bar{T}_{\text{méd}}$

d) Correlação de Gnielinski: aplicada para escoamento plenamente desenvolvido

$$\text{Nu}_D = \frac{(f/8)(\text{Re}_D - 1000)\text{Pr}}{1 + 12,7(f/8)^{1/2} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}$$

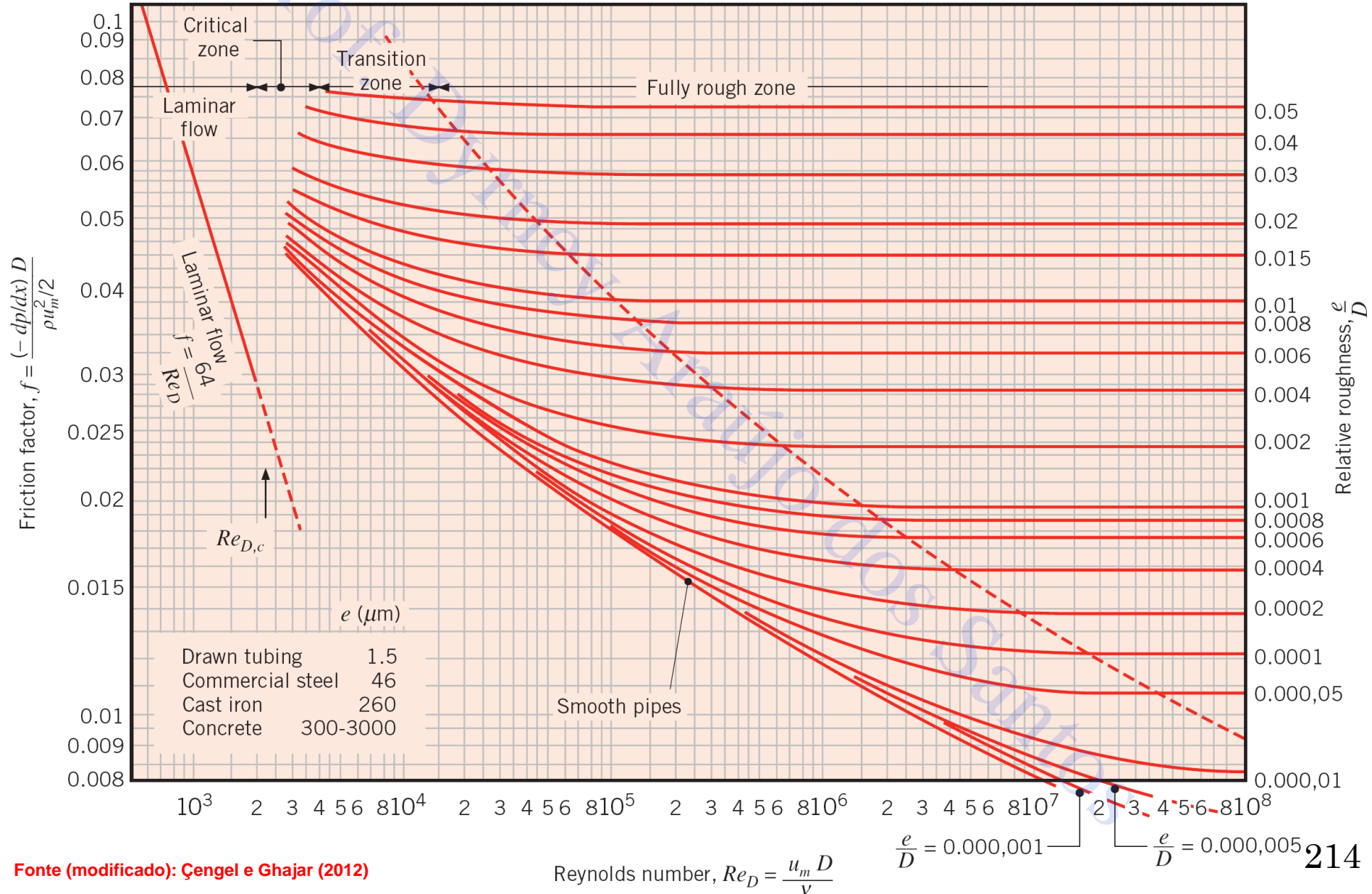
para  $\left\{ \begin{array}{l} 0,5 < \text{Pr} < 2000 \\ 3000 < \text{Re}_D < 5.10^6 \end{array} \right.$  Propriedades avaliadas a  $\bar{T}_{\text{méd}}$

**OBS.:** Para tubos lisos o fator de atrito é dado pela equação ao lado, caso contrário deve ser obtido pelo **Diagrama de Moody**.

$$\longrightarrow f = [0,790 \ln(\text{Re}_D) - 1,64]^{-2}$$

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

Diagrama de Moody para medir o fator de atrito ( $f$ )



# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.5 Correlações: Escoamento Turbulento em Tubos Circulares

**OBS.:** Para o escoamento turbulento plenamente desenvolvido envolvendo metais líquidos, tem-se as seguintes correlações

**e) Correlação de Skupinski et al.:** aplicada para fluxo constante na superfície e tubos circulares lisos

$$\text{Nu}_D = 4,82 + 0,0185 \left( \text{Re}_D \text{Pr} \right)^{0,827} \quad \text{para} \quad \begin{cases} 3 \cdot 10^{-3} < \text{Pr} < 5 \cdot 10^{-2} \\ 3,6 \cdot 10^3 < \text{Re}_D < 9,05 \cdot 10^5 \\ 10^2 < \text{Re}_D \text{Pr} < 10^4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Propriedades} \\ \text{avaliadas a } \bar{T}_{\text{méd}} \end{array}$$

**f) Correlação de Seban-Shimazaki:** aplicada para temperatura constante na superfície e tubos circulares lisos

$$\text{Nu}_D = 5,0 + 0,025 \left( \text{Re}_D \text{Pr} \right)^{0,8} \quad \text{para} \quad \begin{cases} 3,6 \cdot 10^3 < \text{Re}_D < 9,05 \cdot 10^5 \\ \text{Re}_D \text{Pr} > 100 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Propriedades} \\ \text{avaliadas a } \bar{T}_{\text{méd}} \end{array}$$

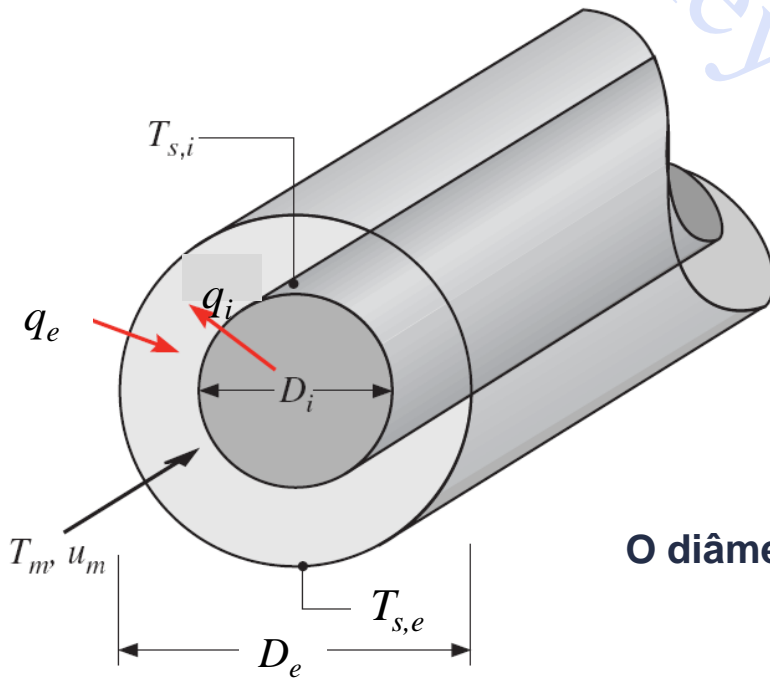
## 10.6 Correlações: Escoamento Turbulento em Tubos Não Circulares

**OBS.:** Para escoamento turbulento plenamente desenvolvido em tubos de seção não circular, utiliza-se as correlações anteriores para seção circular substituindo o diâmetro **D** pelo diâmetro hidráulico da tubulação (**D<sub>h</sub>**)

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.7 Correlações: Escoamento em Região Anular entre Tubos Concêntricos

A transferência de calor por convecção na **região anular** pode ocorrer, tanto na superfície do tubo interno, quanto na superfície do tubo externo



Os fluxos são dados por (**Ex.:** para fluxo constante na superfície):

$$q_i = h_i \Delta T \quad \text{e} \quad q_e = h_e \Delta T$$

Logo,  **$h_i$**  e  **$h_e$**  são dados por:

$$Nu_i = \frac{h_i D_h}{k} \quad \text{e} \quad Nu_e = \frac{h_e D_h}{k}$$

O diâmetro hidráulico é calculado a seguir:

$$D_h = \frac{4\pi(D_e^2 - D_i^2)/4}{\pi D_e + \pi D_i} \quad \rightarrow \quad D_h = D_e - D_i$$

# 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

## 10.7 Correlações: Escoamento em Região Anular entre Tubos Concêntricos

a) Condições nas superfícies: uma superfície adiabática e a outra a uma temperatura constante

**Regime de escoamento:** Escoamento Laminar Completamente Desenvolvido

$D_i / D_e$	$Nu_i$	$Nu_e$
0	—	3,66
0,05	17,46	4,06
0,10	11,56	4,11
0,25	7,37	4,23
0,5	5,74	4,43
~1,00	4,86	4,86

Propriedades  
 avaliadas a  $\bar{T}_{\text{méd}}$

Kay e Perkins (1972)

# 10 . Convecção Forçada – escoamento Interno

## 10.7 Correlações: Escoamento em Região Anular entre Tubos Concêntricos

**b) Condições nas superfícies:** uma superfície adiabática e a outra com fluxo térmico constante

**Regime de escoamento:** Escoamento Laminar Completamente Desenvolvido

$D_i / D_e$	$Nu_i$	$Nu_e$	
0	—	4,364	
0,05	17,81	4,792	Propriedades avaliadas a $\bar{T}_{\text{méd}}$
0,10	11,91	4,834	
0,20	8,499	4,883	
0,4	6,583	4,979	
0,6	5,912	5,099	
0,8	5,58	5,24	
~1,00	5,385	5,385	

# 10 . Convecção Forçada – escoamento Interno

## 10.7 Correlações: Escoamento em Região Anular entre Tubos Concêntricos

**Regime de escoamento:** Escoamento Turbulento Completamente Desenvolvido

Neste caso tem-se:  $h_i \approx h_e$  (região anular)

- Utiliza-se o **diâmetro hidráulico** com a equação de **Dittus-Boelter**

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^{0,4}$$



Aquecimento

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^{0,3}$$



Resfriamento

para

$$0,6 < Pr < 160$$

$$Re_D \geq 10000$$

$$L/D \geq 10$$

$$D_H = D_e - D_i$$

Propriedades  
avaliadas a  $\bar{T}_{\text{méd}}$



## 10 . Convecção Forçada – Escoamento Interno

**Exercício Proposto 16:** Considere uma região anular entre dois tubos concêntricos na qual os diâmetros interno e externo são de **25 mm** e **50 mm**. Água entra na região anular a **0,04 kg/s** e com uma temperatura média de **25 °C**.

**a)** Se a parede do tubo interno for aquecida eletricamente a uma taxa (por unidade de comprimento de) **4000 W/m**, enquanto a parede do tubo externo é termicamente isolada (taxa nula), qual deve ser o comprimento dos tubos para que a água atinja uma temperatura média de **85 °C** na saída?

**b)** Qual é a temperatura na superfície do tubo interno na saída, onde condições plenamente desenvolvidas podem ser consideradas?

# Bibliografia

**ÇENGEL, Y.A e GHAJAR, A.J.;** *Transferência de calor e massa, McGraw Hill, 4ª edição, 2012.*

**INCROPERA, F.P. e DEWITT, D.P.** *Fundamentos de transferência de calor e massa, 6ª ed., LTC, 2008.*

**WELTY, J. R.; RORRER, G. L.; FOSTER, D.G.** *Fundamentos de Transferência de Momento, de Calor e de Massa; tradução e revisão técnica Verônica Calado, 6. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2017.*



Instituto de Química  
IQ - UFG



**ENGENHARIA QUÍMICA**  
Universidade Federal de Goiás

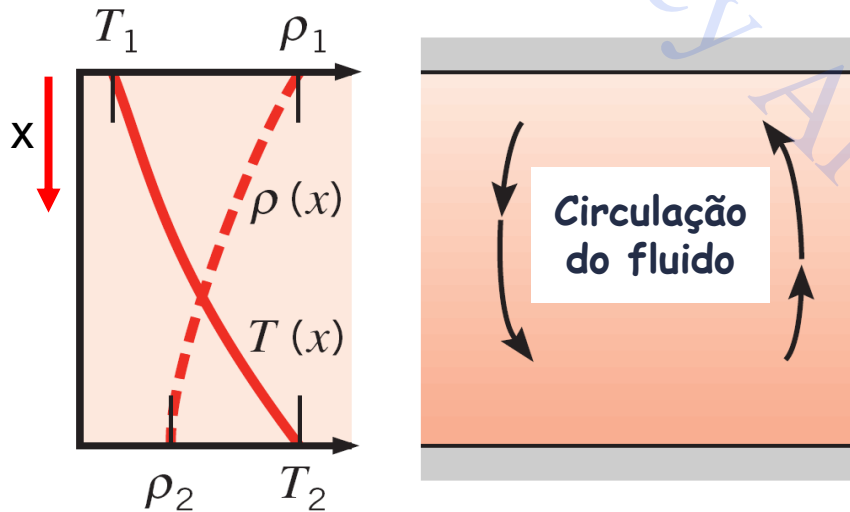
# Convecção Natural

Professor Dyrney Araújo dos Santos  
Universidade Federal de Goiás  
Curso: Graduação em Engenharia Química  
Disciplina: Fenômenos de Transporte 2  
site: [www.dyrney.com](http://www.dyrney.com)

# 11 . Convecção Natural

## 11.1 Considerações preliminares sobre a Convecção Natural

**Origem da Convecção Natural:** Velocidades surgem no interior do fluido devido aos gradientes de massa específica e a ação da força gravitacional (força de empuxo)



Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

**Condição para que haja movimento do fluido de acordo com o esquema acima**

$$\frac{dT}{dx} > 0, \frac{d\rho}{dx} < 0$$

Principal causa dos gradientes de massa específica: **gradientes de temperatura.**

Fenômeno importante nas ciências ambientais: **movimentação dos oceanos e atmosfera, dispersão de gases, etc.**

Convecção forçada mais eficiente do que a convecção natural

$$h_{\text{convecção natural}} < h_{\text{convecção forçada}}$$

# 11 . Convecção Natural

## 11.1 Considerações preliminares sobre a Convecção Natural

Pode ocorrer o efeito combinado entre a convecção forçada e natural, sendo as correlações entre os adimensionais apresentados na forma (**forma geral**):

$$\text{Nu}_L = f(\text{Re}_L, \text{Gr}_L, \text{Pr})$$

O número de Grashof (**Gr<sub>L</sub>**) representa a razão entre as forças de empuxo e viscosas. Costuma-se escrevê-lo, também, em termos do coeficiente de expansão térmica (**β**):

$$\text{Gr}_L = \frac{\rho \Delta \gamma L^3}{\mu^2} \longrightarrow \boxed{\text{Gr}_L = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2}} \quad \text{sendo} \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad \text{e} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Visto que para gases ideais:

$$\rho = \frac{pM}{RT} \longrightarrow \boxed{\beta = \frac{1}{T}} \quad \boxed{\text{Coeficiente de expansão térmica para gases ideais}}$$

# 11 . Convecção Natural

## 11.1 Considerações preliminares sobre a Convecção Natural

Critério para a classificação do tipo de convecção – para verificar qual dos dois tipos de convecção é mais relevante no processo de transferência de calor, considere:

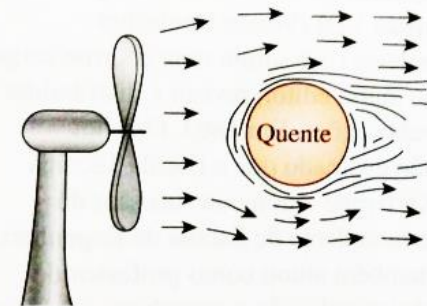
- **a) Se**  $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1 \longrightarrow$  Convecção forçada desprezível
- **b) Se**  $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \ll 1 \longrightarrow$  Convecção forçada preponderante
- **c) Se**  $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \approx 1 \longrightarrow$  Ambas são importantes (mista)

Para Convecção forçada  
desprezível  
(convecção natural pura)

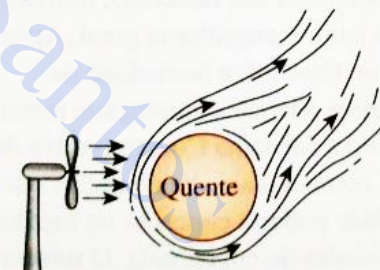
$$Nu_L = f(Gr_L, Pr)$$



(a) Convecção natural ( $Gr_L / Re_L^2 \gg 1$ )



(b) Convecção forçada ( $Gr_L / Re_L^2 \ll 1$ )

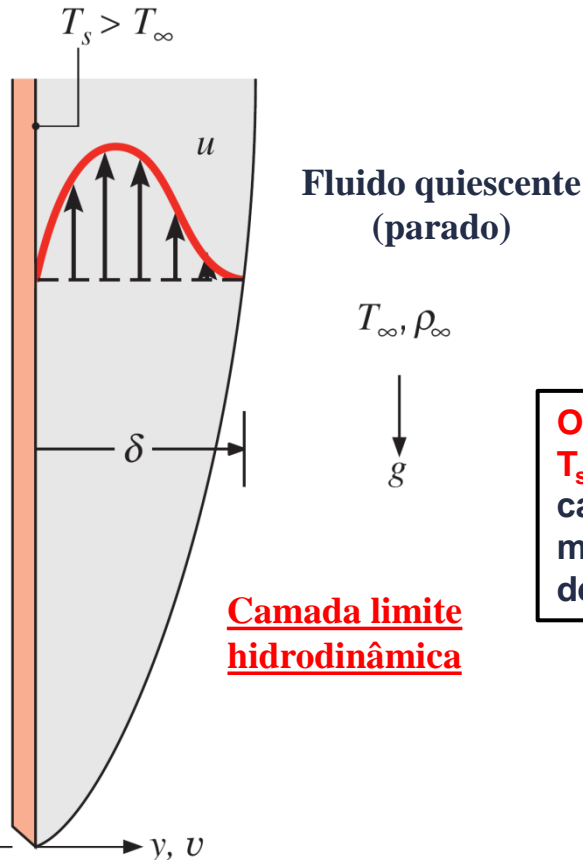


(c) Convecção mista ( $Gr_L / Re_L^2 \approx 1$ )

# 11 . Convecção Natural

## 11.2 Camada Limite na Convecção Natural

Desenvolvimento de uma camada limite em uma placa vertical aquecida imersa em um fluido quiescente ( $T_s > T_\infty$ )

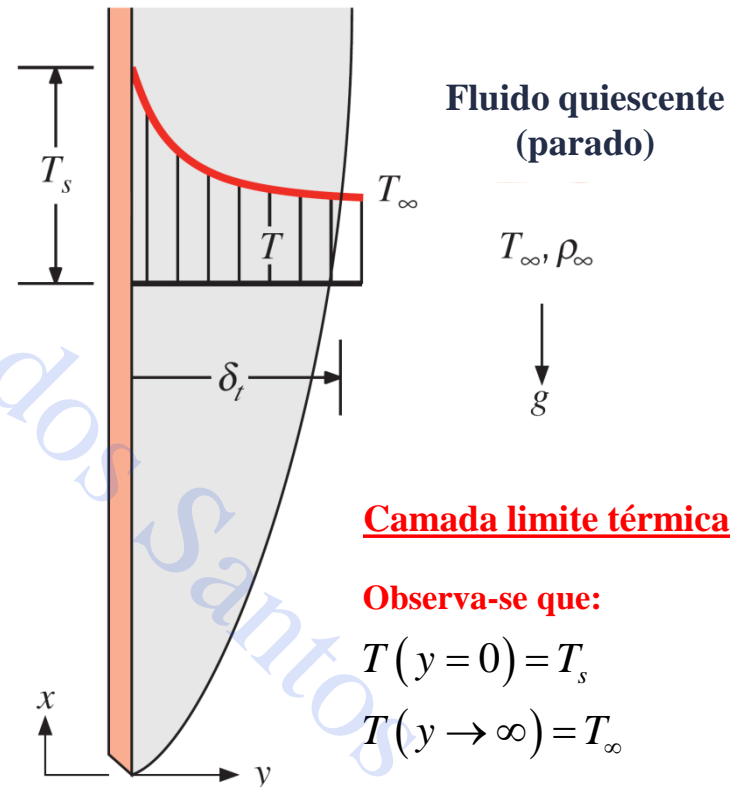


**Observa-se que:**

$$u(y=0) = 0$$

$$u(y \rightarrow \infty) = 0$$

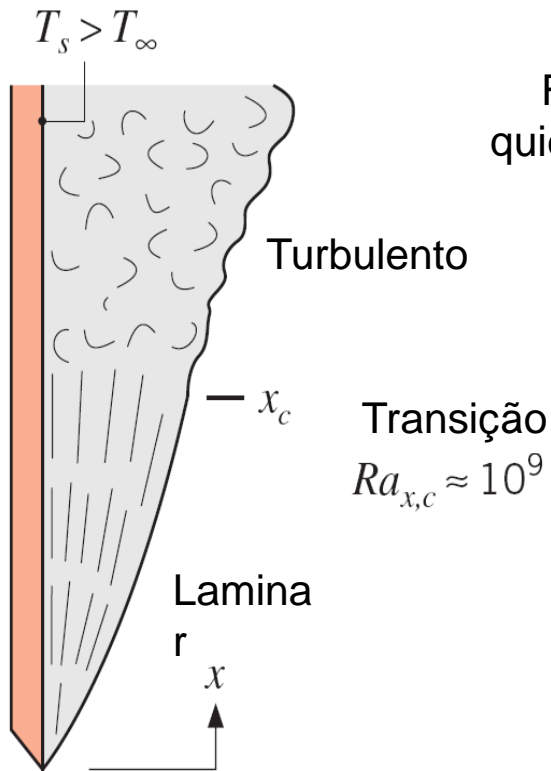
**OBS.:** Para o caso de  $T_s < T_\infty$ , também formam-se camadas limites, porém, o movimento do fluido é descendente (inverso)



# 11 . Convecção Natural

## 11.3 Critério de transição para camada limite turbulenta na Convecção Natural

A transição na camada-limite de convecção natural depende da magnitude relativa das forças de empuxo e das forças viscosas no fluido.



Fluido  
quiescente,  
 $T_{\infty}$

$g$

**OBS.:** o critério de transição é normalmente baseado no **número de Rayleigh**, que é o produto dos números de Grashof e de Prandtl. Logo o número de Rayleigh crítico é dado por:

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c} Pr = \frac{g\beta(T_s - T_{\infty})x_{crítico}^3}{\nu\alpha} \approx 10^9$$

**Camada Limite Turbulenta**



Lord Rayleigh (1842-1919)  
(**Matemático e físico inglês**)

**OBS.:** Recebeu o Prêmio Nobel de Física em 1904



# 11 . Convecção Natural

## 11.4 Correlações: Escoamentos de Convecção Natural Externos

### a) Placa Vertical

i) Uma forma geral da equação pode ser expressa como:

$$\bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = C.Ra_L^n$$

sendo

- Laminar ( $10^4 \leq Ra_L \leq 10^9$ ):  $C = 0,59$  e  $n = 1/4$
- Turbulento ( $10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13}$ ):  $C = 0,10$  e  $n = 1/3$

Propriedades avaliadas na temperatura do filme

ii) Correlação de Churchill-Chu:

$$\bar{Nu}_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$$

- Independe do número de Rayleigh
- temperatura da placa constante
- aplica-se a cilindros verticais se:  
 $D/L \geq 35/Gr_L^{1/4}$

**OBS.:** o comprimento característico nestes casos é a altura da placa ou do cilindro (**L**)

# 11 . Convecção Natural

## 11.4 Correlações: Escoamentos de Convecção Natural Externos

### iii) Correlação de Churchill e Chu para regime Laminar

**OBS.:** Embora a equação anterior seja adequada para a maioria dos cálculos de engenharia, uma precisão ligeiramente superior pode ser obtida, para o escoamento laminar, usando a correlação abaixo

$$\bar{Nu}_L = 0,68 + \frac{0,670 Ra_L^{1/4}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}}$$

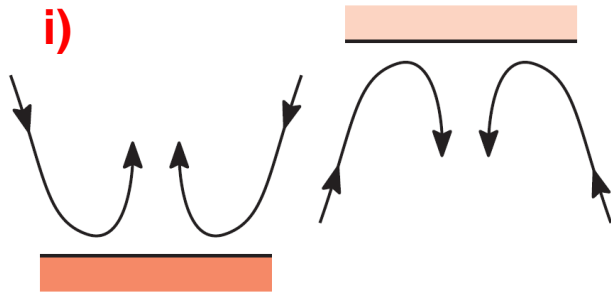
para  $\left\{ \begin{array}{l} Ra_L \leq 10^9 \\ 0 \leq Pr \leq \infty \end{array} \right.$  Propriedades avaliadas na temperatura do filme

**OBS.:** o comprimento característico nestes casos é a altura da placa (L)

# 11 . Convecção Natural

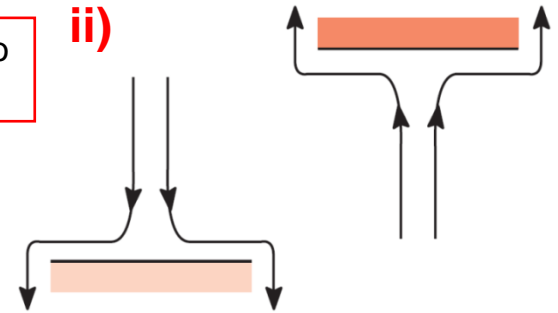
## 11.4 Correlações: Escoamentos de Convecção Natural Externos

**b) Placas Inclinadas e Horizontais:** Em placas horizontais e inclinadas é importante saber qual lado está quente ou frio (superfície superior ou inferior)



L: comprimento característico definido a seguir

$$\bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = C.Ra_L^n$$



Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

Sendo:  $L = A_s/P$ ,  $A_s$  = área superficial da placa (um lado) e  $P$  = perímetro

Condição	$Ra_L$	$C$	$n$
i) Superfície quente para cima ou fria para baixo	$10^4-10^7$ $10^7-10^{11}$	0,54 0,15	1/4 1/3
ii) Superfície fria para cima ou quente para baixo	$10^5-10^{11}$	0,27	1/4

**OBS.:** Em placas inclinadas (superfície superior fria e inferior quente), se  $0 < \theta < 60^\circ$ , substitua a gravidade  $g$  por  $g \cdot \cos(\theta)$  e utilize a Correlação de Churchill-Chu para placas verticais

# 11 . Convecção Natural

## 11.4 Correlações: Escoamentos de Convecção Natural Externos

### c) Cilindro Horizontal Longo

i) Correlação de Morgan: Para cilindro isotérmico, o coeficiente convectivo médio pode ser avaliado como,

$$\overline{Nu}_D = \frac{\overline{h}D}{k} = C Ra_D^n \quad \text{sendo}$$

$Ra_D$	$C$	$n$
$10^{-10}$ - $10^{-2}$	0,675	0,058
$10^{-2}$ - $10^2$	1,02	0,148
$10^2$ - $10^4$	0,850	0,188
$10^4$ - $10^7$	0,480	0,250
$10^7$ - $10^{12}$	0,125	0,333

ii) Correlação de Churchill-Chu: Para uma ampla faixa de número de Rayleigh

$$\overline{Nu}_D = \left[ 0,60 + \frac{0,387 Ra_D^{1/6}}{\left[ 1 + (0,559/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right]^2 \quad (Ra_D \leq 10^{12})$$

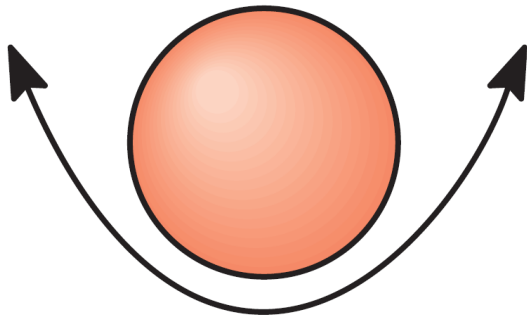
**OBS.:** o comprimento característico nestes casos é o diâmetro do cilindro (**D**)

# 11 . Convecção Natural

## 11.4 Correlações: Escoamentos de Convecção Natural Externos

### d) Esferas

Correlação de Churchill: aplicada à convecção livre para esferas



Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

$$\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0,589 Ra_D^{1/4}}{\left[ 1 + \left( \frac{0,469}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}}$$

para

$$\left\{ \begin{array}{l} Pr \geq 0,7 \\ Ra_D \leq 10^{11} \end{array} \right.$$

**OBS.:** o comprimento característico neste caso é o diâmetro da esfera (**D**)

# 11 . Convecção Natural

**Exercício Proposto 17:** O escoamento de ar no interior de um longo duto retangular, com **0,75 m** de largura por **0,3 m** de altura, mantém a superfície externa do duto a uma temperatura uniforme de **45 °C**. Se o duto não possui isolamento térmico em nenhuma de suas faces e está exposto ao ar a **15°C** no porão de uma casa, qual é a taxa de transferência de calor no duto por metro de comprimento pelo processo de convecção natural.

Considerando que a superfície do duto comporta-se como um corpo negro ( $\epsilon = 1$ ) e as superfícies do porão estão na temperatura ambiente, qual seria a taxa de transferência de calor por radiação por comprimento de duto?

# Bibliografia

**INCROPERA, F.P. e DEWITT, D.P. Fundamentos de transferência de calor e massa, 6ª ed., LTC, 2008.**

**ÇENGEL, Y.A e GHAJAR, A.J.; Transferência de calor e massa, McGraw Hill, 4ª edição, 2012.**

**WELTY, J. R.; RORRER, G. L.; FOSTER, D.G. Fundamentos de Transferência de Momento, de Calor e de Massa; tradução e revisão técnica Verônica Calado, 6. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2017.**