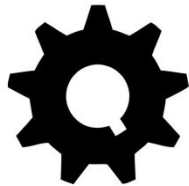




UNIVERSIDADE
FEDERAL DE GOIÁS

Instituto de Química

IQ - UFG



ENGENHARIA QUÍMICA

Universidade Federal de Goiás

Transferência de Massa por Convecção: Considerações Fundamentais

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
Disciplina: Fenômenos de Transporte 3
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.1 Equação do Fluxo Convectivo de Massa

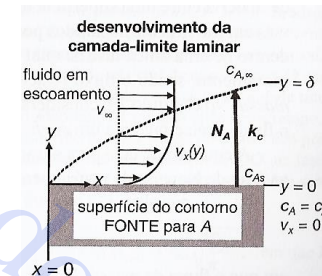
A equação do fluxo para a transferência de massa por convecção é dada de maneira análoga à “Lei de Resfriamento de Newton”, sendo:

$$N_A = k_c \Delta C_A$$

OBS.: Os coeficientes de transferência de massa são classificados em: **Coefficientes Individuais** e **Coefficientes Globais**, como explicitado abaixo

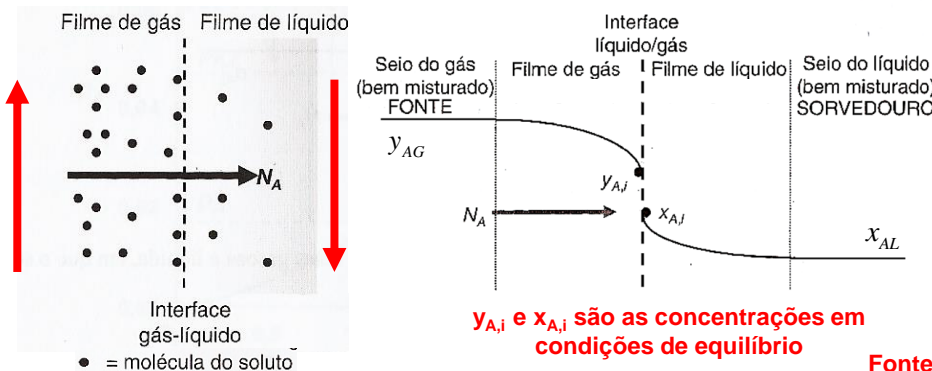
- **Coefficiente Convectivo Individual:** relativo à transferência de massa dentro de uma única fase na qual a massa é trocada entre uma superfície de contorno e um fluido em movimento.

$$N_A = k_C (C_{A,s} - C_{A,\infty})$$



Fonte: Welty et al. (2017)

- **Coefficiente Convectivo Global:** relativo à transferência de massa entre duas fases em contato.



$y_{A,i}$ e $x_{A,i}$ são as concentrações em condições de equilíbrio

Fonte: Welty et al. (2017)

Coefficiente Convectivo Global: $N_A = K (y_{AG} - x_{AL})$

ou

Coefficientes Individuais:
$$\begin{cases} N_A = k_y (y_{AG} - y_{A,i}) \\ N_A = k_x (x_{A,i} - x_{AL}) \end{cases}$$

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.2 Tipos de Coeficientes Individuais de Transferência de Massa

Comentário: Ao contrário do caso da troca térmica convectiva, onde existe apenas um coeficiente, no caso da transferência de massa podem existir diversos, dependendo da forma utilizada para se quantificar a concentração. **Seguem alguns tipos:**

Fase – Gás		
Força Motriz	Equação de Fluxo	Unidades de k
Pressão Parcial (P_A)	$N_A = k_P (P_{A,s} - P_{A,\infty})$	$\text{kgmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{atm})$
Concentração Molar (C_A) ou Mássica (ρ_A)	$N_A = k_C (C_{A,s} - C_{A,\infty})$ ou $n_A = k_C (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty})$	m/s
Fração Molar (y_A) ou Mássica (w_A)	$N_A = k_y (y_{A,s} - y_{A,\infty})$ ou $n_A = k_y (w_{A,\text{gas},s} - w_{A,\text{gas},\infty})$	$\text{kgmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ou $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
Fase – Líquido		
Força Motriz	Equação de Fluxo	Unidades de k
Concentração Molar (C_A) ou Mássica (ρ_A)	$N_A = k_L (C_{A,s} - C_{A,\infty})$ ou $n_A = k_L (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty})$	m/s
Fração Molar (x_A) ou Mássica (w_A)	$N_A = k_x (x_{A,s} - x_{A,\infty})$ ou $n_A = k_x (w_{A,\text{liq},s} - w_{A,\text{liq},\infty})$	$\text{kgmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ou $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$

Conversão entre coeficientes: Visto que o fluxo é o mesmo, independentemente do tipo de coeficiente, igualando-se os fluxos obtém-se inter-relações entre os coeficientes acima.

Exemplo:

$$N_A = k_y (y_{A,s} - y_{A,\infty}) = k_P (P_{A,s} - P_{A,\infty}) = k_P P (y_{A,s} - y_{A,\infty}) \quad \text{e} \quad N_A = k_y (y_{A,s} - y_{A,\infty}) = k_C (C_{A,s} - C_{A,\infty}) = k_C C (y_{A,s} - y_{A,\infty})$$

Logo: $k_P = \frac{k_y}{P} = \frac{k_C}{RT}$

OBS.: considerando gases ideais

Similarmente, para a fase líquida tem-se:

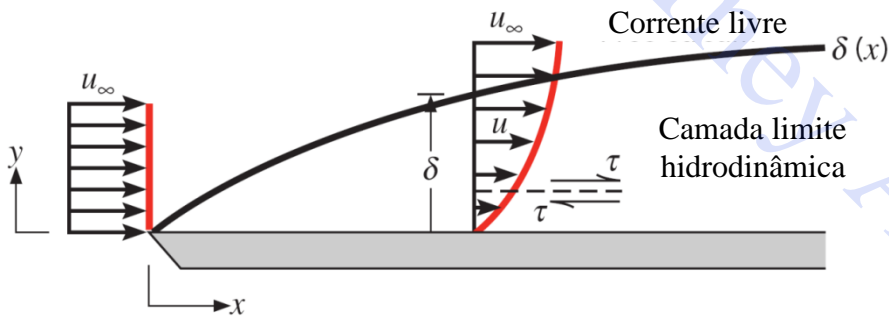
$$k_L = \frac{k_x}{C} \cong k_x \frac{M_B}{\rho_{B,\text{liq}}}$$

OBS.: para soluções diluídas, a concentração total é aproximada pela concentração do solvente "B"

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.3 Coeficiente Individual Local de Transferência por Convecção

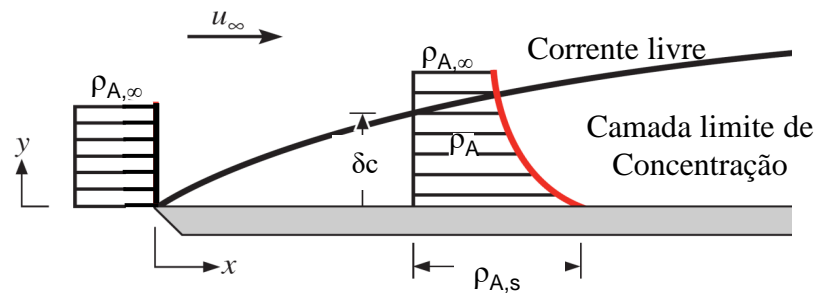
A transferência de massa de um componente “A” por convecção se dá pelo contato entre um fluido em movimento e uma superfície, estando os dois a diferentes concentrações do componente “A”.



Quando um fluido escoia sobre uma superfície sólida, há a formação da **camada limite hidrodinâmica** (u varia de 0 em $y = 0$ até u_{∞} na corrente livre), local único onde ocorrem os gradientes de velocidade.

Espessura da camada limite hidrodinâmica

$$y \text{ para o qual } u = 0,99u_{\infty}$$



Quando um fluido (Ex.: ar) escoia sobre uma superfície (Ex.: lago) e há diferença de concentração (Ex.: vapor de água) entre o fluido e a superfície, há a formação da **camada limite de concentração** (ρ_A varia de $\rho_{A,s}$ em $y = 0$ até $\rho_{A,\infty}$ na corrente livre), local único onde ocorrem os gradientes de concentração.

Espessura da camada limite da concentração

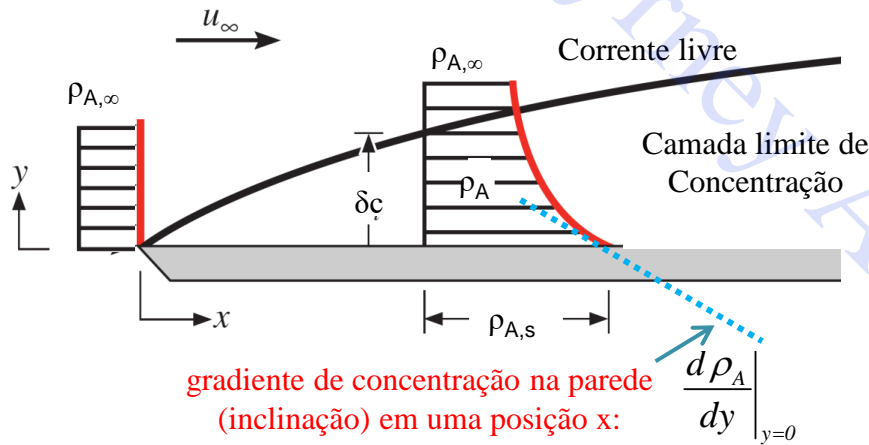
$$y \text{ para o qual } \frac{(\rho_{A,s} - \rho_A)}{(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty})} = 0,99$$

OBS.: a transferência ocorre tanto devido à **difusão** quanto à **advecção** (movimento da massa de fluido), ou seja, **convecção = difusão + advecção**

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.3 Coeficiente Individual Local de Transferência por Convecção

Comentário: A qualquer distância x da aresta frontal, o fluxo de transferência de massa para um componente ("A") local na superfície ($y = 0$) pode ser obtido utilizando-se a **Lei de Fick**, pois na superfície o fluido está em repouso e o processo é puramente difusivo



gradiente de concentração na parede (inclinação) em uma posição x :

Logo, a **Lei de Fick** para o fluxo na superfície, em uma dada posição x , é dado por

$$n_{A,y} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} \bigg|_{y=0} \quad (\text{Eq. 1})$$

O fluxo mássico para o componente "A" também pode ser dado por (em termos de $k_{c,x}$ = local)

$$n_{A,y} = k_{c,x} (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) \quad (\text{Eq. 2})$$

Fonte (modificado): Çengel e Ghajar (2012)

As **Eq.1** e **Eq.2** podem ser igualadas, uma vez que elas definem o mesmo fluxo do componente "A" que deixa a superfície e entra no fluido. Logo,

$$k_{c,x} (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} \bigg|_{y=0}$$

$$k_{c,x} = \frac{-D_{AB} \partial \rho_A / \partial y |_{y=0}}{(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty})}$$

- δ_c cresce com o aumento de x
- $\partial \rho_A / \partial y |_{y=0}$ diminui com o aumento de x
- $k_{c,x}$ diminui com o aumento de x
- $n_{A,y}$ diminui com o aumento de x

Observação: Para calcular $k_{c,x}$, deve-se avaliar o gradiente de concentração local que, por sua vez, só pode ser analisado caso se conheça a distribuição de Concentração. **COMPLEXIDADE:** a distribuição de concentração é encontrada resolvendo-se, normalmente de forma acoplada, as Equações do Movimento, da Continuidade e da Conservação da Massa do Componente!!!!

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.3 Coeficiente Individual Local de Transferência por Convecção

Como dito anteriormente, para se calcular $k_{c,x}$, é necessário encontrar a **Distribuição de Concentração**.

Exemplo: A equação envolvida no cálculo da distribuição de concentração para um escoamento envolvendo um fluido newtoniano, mistura binária com reação química homogênea, incompressível, em estado estacionário, bidimensional e sistema isotérmico com pressão total constante, seria:

Equação da Conservação de Massa para o componente "A" (base mássica)

$$u \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + v \frac{\partial \rho_A}{\partial y} = D_{AB} \left[\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2} \right] + r_A$$

Para encontrar os termos advectivos na Equação da Conservação da Massa para o componente "A", deve-se calcular a distribuição de velocidades nas direções **x** e **y** (**Navier-Stokes**), ou seja, **u** e **v**, respectivamente, que satisfaça a equação da continuidade (**massa total**)

*Navier-Stokes
direção x*

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

*Navier-Stokes
direção y*

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

Continuidade

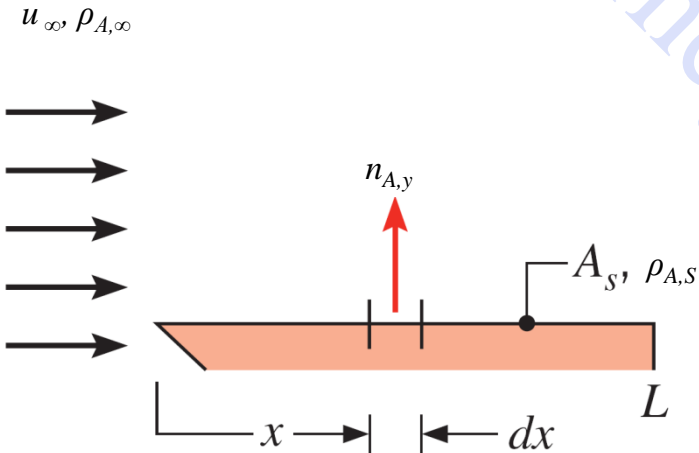
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Observação: Estas equações devem ser resolvidas de forma **numérica!!!!** Mais adiante, neste curso, serão propostas outras estratégias para o cálculo de $k_{c,x}$ que envolvem um menor grau de complexidade.

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.4 Coeficiente Individual Médio de Transferência por Convecção

Comentário: Como visto anteriormente, o fluxo mássico na superfície e o coeficiente de transferência de massa por convecção variam ao longo da superfície



Obs1 : A taxa total de transferência de massa pode ser obtida pela integração do fluxo local ao longo da superfície

$$\dot{n}_A = \int_{A_s} n_{A,y} dA_s \quad \text{ou} \quad \dot{n}_A = (\rho_{A,S} - \rho_{A,\infty}) \int_{A_s} k_{c,x} dA_s \quad (\text{Eq. 1})$$

Definindo um **coeficiente individual convectivo médio** \bar{k}_c para toda a superfície, a taxa total de massa pode ser dada por

$$\dot{n}_A = \bar{k}_c A_s (\rho_{A,S} - \rho_{A,\infty}) \quad (\text{Eq. 2})$$

Logo, igualando-se **Eq.1** e **Eq.2**, tem-se uma expressão para o cálculo do coeficiente convectivo médio em função dos coeficientes convectivos locais

$$\bar{k}_c = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} k_{c,x} dA_s$$

ou, para o caso da placa plana acima, tem-se:

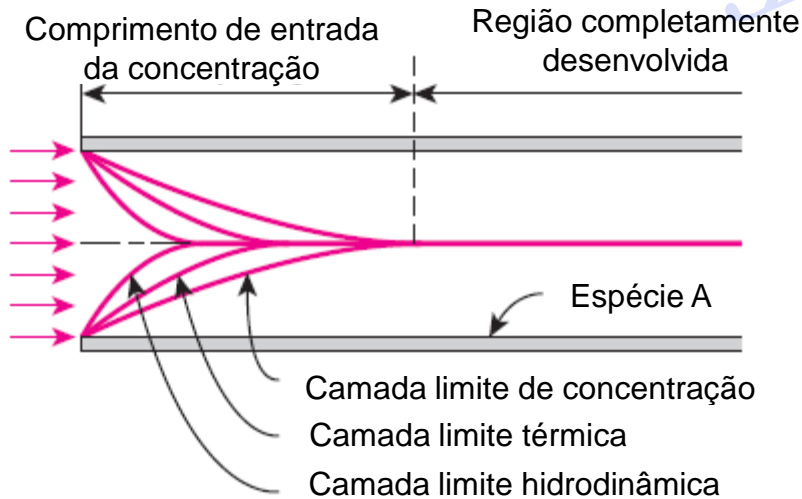
$$\bar{k}_c = \frac{1}{L} \int_0^L k_{c,x} dx$$

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.5 Comprimento de Entrada da Concentração em Escoamento Interno

Escoamento interno: no escoamento interno tem-se a região de entrada da concentração, onde o perfil de concentração se desenvolve na direção do escoamento até que a espessura da camada limite de concentração atinja o centro do tubo e as camadas limites se fundem (a distância da entrada até a “fusão” é chamado de **comprimento de entrada da concentração**).

Exemplo das camadas limites térmica, de concentração e hidrodinâmica em um tubo:



- Vimos, em **transferência de calor**, que a magnitude relativa entre as camadas limites **térmica** e **hidrodinâmica** era dada pelo “**Número de Prandtl (Pr)**”, a seguir

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{sendo: } \nu \text{ [}\mu/\rho\text{]} \text{ a difusividade de quantidade de movimento e } \alpha \text{ [k}/(\rho.c_p)\text{]} \text{ a difusividade térmica.}$$

- Por analogia, a magnitude relativa entre as camadas limites de concentração e hidrodinâmica, é dada pelo conhecido “**Número de Schmidt (Sc)**”, a seguir

$$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$$

- E, por conseguinte, a magnitude relativa entre as camadas limites de concentração e térmica, é dada pelo conhecido “**Número de Lewis (Le)**”, a seguir

$$Le = \frac{\alpha}{D_{AB}}$$

Para Refletir: O que ocorreria com os respectivos comprimentos de entrada (**térmico**, de **concentração** e **hidrodinâmico**), caso os números adimensionais fossem muito grandes ou muito pequenos?

Observação: Iremos retornar à discussão a respeito destes números adimensionais, assim como demonstrar suas obtenções, mais adiante neste curso (“**Análise Dimensional**”)

4 . Transferência de Massa por Convecção

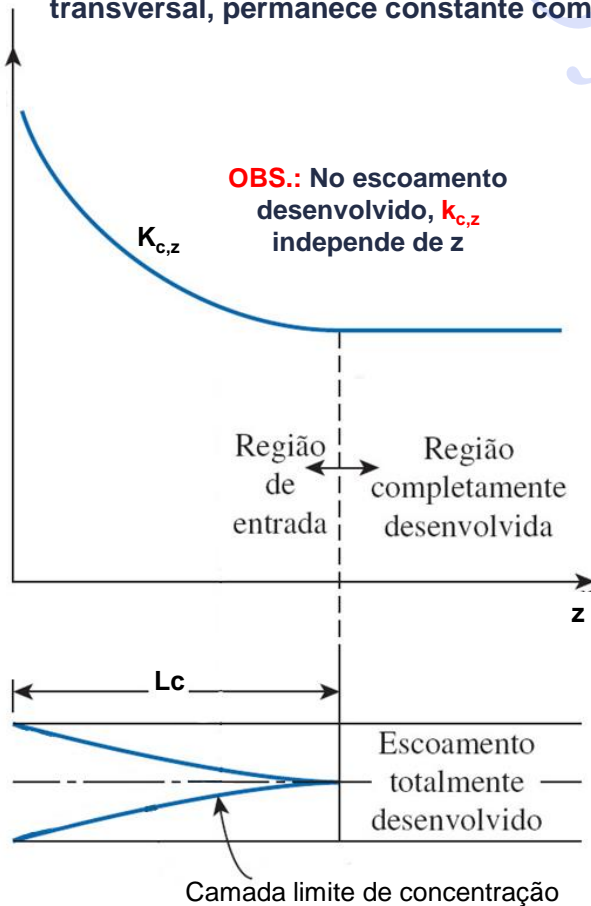
4.5 Comprimento de Entrada da Concentração em escoamento Interno

Quando o escoamento se encontra completamente desenvolvido (em termos da concentração), o perfil adimensional de concentração, expresso como $(\rho_{A,S} - \rho_A)/(\rho_{A,S} - \rho_{A,méd})$, sendo $\rho_{A,méd}$ a concentração média ao longo da área da seção transversal, permanece constante com z . Logo:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_{A,S} - \rho_A}{\rho_{A,S} - \rho_{A,méd}} \right) = 0$$

OBS.: a partir desta expressão para a concentração adimensional, prove que em um escoamento desenvolvido (em termos de concentração) k_c permanece constante!!!

OBS.: No escoamento desenvolvido, $k_{c,z}$ independe de z



A concentração média da massa da espécie “A” é deduzida abaixo

- sabe-se que a taxa mássica advectiva do componente “A” varia ao longo da distância radial no tubo, visto que V_z e ρ_A são funções do raio, como mostrado abaixo:

$$\dot{n}_A(r) = V_z(r) \rho_A(r) A_c$$

- definindo uma taxa média advectiva de massa como abaixo e igualando com a expressão acima

$$\bar{\dot{n}}_A = V_{méd} \rho_{A,méd} A_c = \int_A V_z \rho_A dA$$

sendo: A_c a área da seção transversal, $V_{méd}$ a velocidade média do escoamento e V_z a velocidade em z (varia com r)

- Logo, tem-se a concentração média da massa da espécie “A” em uma posição z :

$$\rho_{A,méd} = \frac{1}{A_c V_{méd}} \int_{A_c} V_z \rho_A dA_c$$

Desta forma, o **fluxo de massa** de “A” por convecção da parede para o fluido em um escoamento interno é melhor representado como sendo:

$$n_A = k_C (\rho_{A,s} - \rho_{A,méd})$$

OBS.: o perfil adimensional de concentração, assim como o coeficiente de transferência de massa, permanecem constantes na região completamente desenvolvida (em termos de concentração).



UFG

UNIVERSIDADE
FEDERAL DE GOIÁS

Instituto de Química

IQ - UFG



ENGENHARIA QUÍMICA

Universidade Federal de Goiás

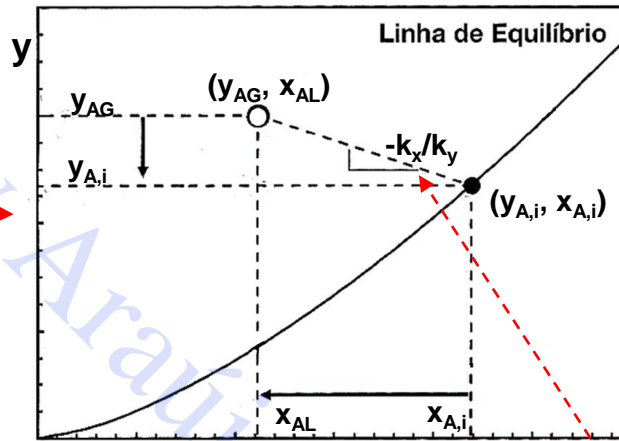
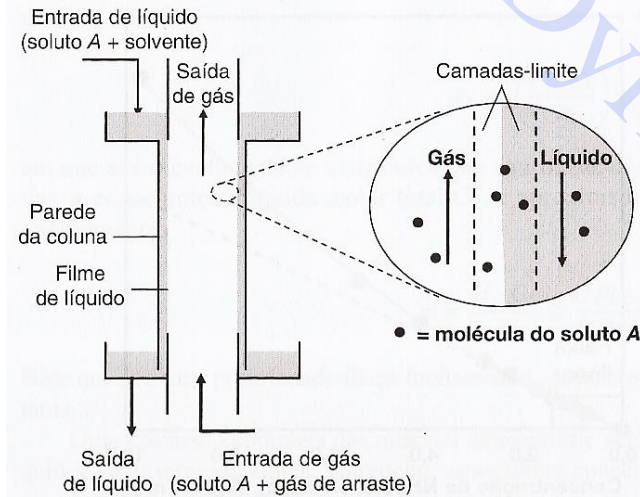
Transferência de Massa por Convecção: Transferência entre Fases

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso de Engenharia Química
Disciplina: Fenômenos de Transporte 3
site: www.dyrney.com

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.6 Determinação do Coeficiente Global de Transferência de Massa

Seja a transferência de um componente "A" de uma mistura de uma fase I (gás) para uma fase II (líquido)
 ("Absorção Gasosa")



sendo:

y_{AG} : fração molar de A no seio da fase I;

x_{AL} : fração molar de A no seio da fase II

$y_{A,i}$: fração molar de A na interface na fase I

$x_{A,i}$: fração molar de A na interface na fase II

Figura: Curva de Equilíbrio entre as duas fases
 Fonte (Modificado): Welty et al. (2017)

Exemplo: Coluna de parede molhada
 Fonte: Welty et al. (2017)

O fluxo de massa de "A" pode ser escrito em função da fase gasosa e da fase líquida, respectivamente, em termos dos coeficientes individuais de transferência de massa e em estado estacionário, como:

$$N_A = k_y (y_{AG} - y_{A,i}) = -k_x (x_{AL} - x_{A,i}) \text{ ou } (y_{AG} - y_{A,i}) = -\frac{k_x}{k_y} (x_{AL} - x_{A,i}) \text{ Eq.1}$$

OBS.1: a Eq.1 representa uma reta que passa pelos seguintes pontos: (y_{AG}, x_{AL}) , ponto de operação e $(y_{A,i}, x_{A,i})$, ponto de equilíbrio na interface, cuja inclinação é dada por: $-\frac{k_x}{k_y} = \frac{(y_{AG} - y_{A,i})}{(x_{AL} - x_{A,i})}$

OBS.2: Assim, conhecendo-se k_x/k_y , x_{AL} e y_{AG} é possível determinar graficamente as composições interfaciais $x_{A,i}$ e $y_{A,i}$ ou vice versa e, conseqüentemente, o fluxo de massa

4 . Transferência de Massa por Convecção

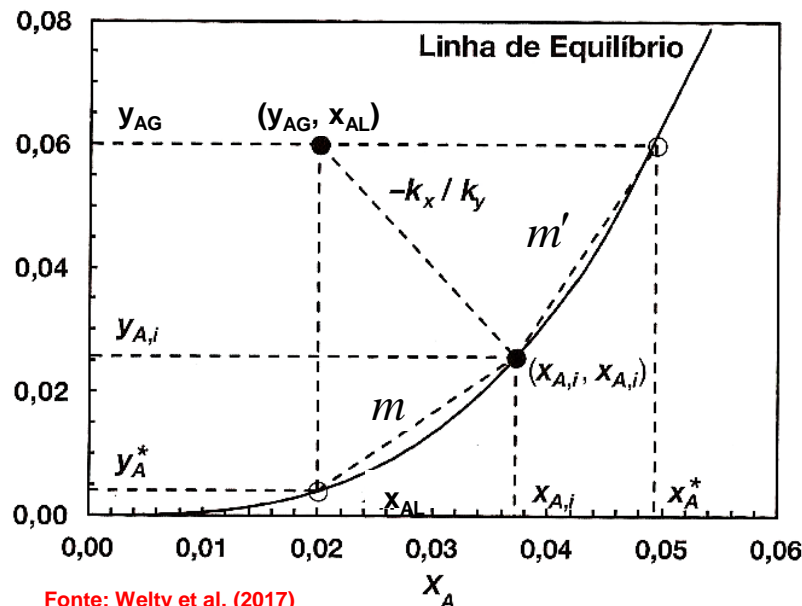
4.6 Determinação do Coeficiente Global de Transferência de Massa

O **coeficiente global de transferência de massa** (“K”) é aquele que relaciona o fluxo de matéria com a diferença global de concentração, podendo ser representado na seguinte equação do fluxo

$$N_A = K(y_{AG} - x_{AL})$$

OBS. 1: Como pode-se notar, “K” depende de propriedades das duas fases, o que o torna de pouca utilidade em virtude da complexidade na sua obtenção.

OBS. 2: Logo, para evitar isto, pode-se definir **coeficientes globais** dependentes das propriedades de uma única fase e da curva de equilíbrio, como mostrado a seguir



$$N_A = K_y(y_{AG} - y_A^*) = K_x(x_A^* - x_{AL})$$

sendo:

K_y : coeficiente global de transferência de massa em termos de frações molares na **fase I**;

K_x : coeficiente global de transferência de massa em termos de frações molares na **fase II**;

y_A^* : fração molar de “A” na **fase I** que estaria em equilíbrio com “A” na **fase II** com fração x_{AL} ;

x_A^* : fração molar de “A” na **fase II** que estaria em equilíbrio com “A” na **fase I** com fração y_{AG} ;

m e m' : inclinações médias da curva de equilíbrio nos intervalos considerados.

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.6 Determinação do Coeficiente Global de Transferência de Massa

De acordo com o gráfico de equilíbrio abaixo, pode-se escrever as seguintes relações para a determinação dos **coeficientes globais** em função dos **coeficientes individuais** e das informações de **equilíbrio**, tanto para a **fase I**, quanto para a **fase II**:

- Expressão para a Fase I (força motriz na Fase Gasosa):

$$(y_{AG} - y_A^*) = (y_{AG} - y_{A,i}) + (y_{A,i} - y_A^*) \quad \text{Eq.2}$$

Visto que:

$$N_A = K_y (y_{AG} - y_A^*), N_A = k_y (y_{AG} - y_{A,i}) \text{ e } m = \frac{(y_{A,i} - y_A^*)}{(x_{A,i} - x_{AL})}$$

Tem-se, após as substituições na Eq. 2:

$$\frac{N_A}{K_y} = \frac{N_A}{k_y} + m(x_{A,i} - x_{AL}) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x}$$

Os termos $1/K_y$, $1/k_y$ e m/k_x podem ser vistos como “resistências”

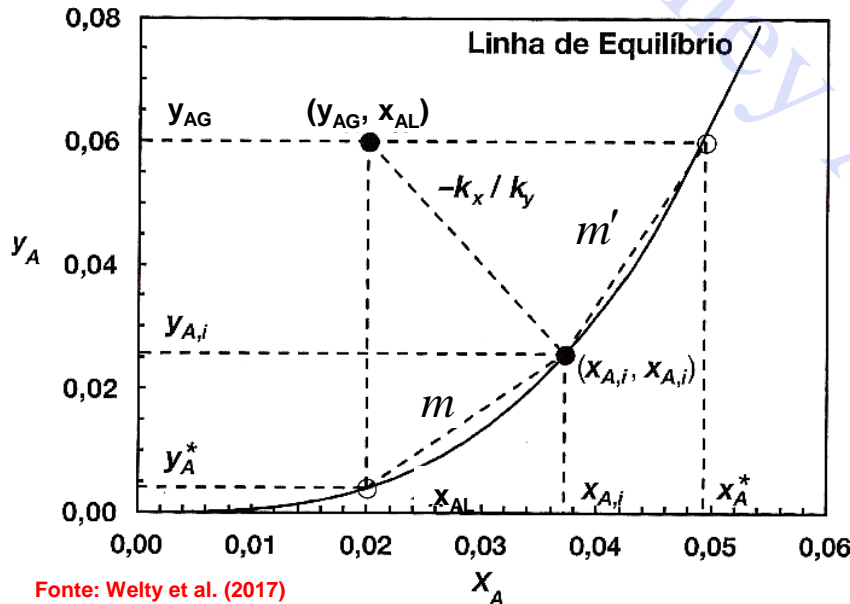
Pode-se realizar a mesma análise para a a **Fase II** de acordo com a curva de equilíbrio

- Expressão para a Fase II (força motriz na Fase Líquida):

$$(x_A^* - x_{AL}) = (x_A^* - x_{A,i}) + (x_{A,i} - x_{AL})$$

Após análise dos fluxos e da inclinação “m”, tem-se

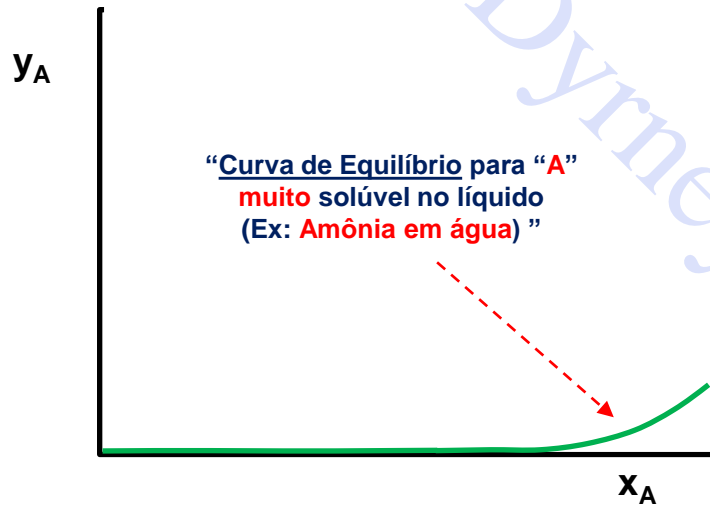
$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m'k_y}$$



4 . Transferência de Massa por Convecção

4.7 Casos Extremos das Curvas de Equilíbrio

- **a) O componente "A" é muito solúvel no líquido:**



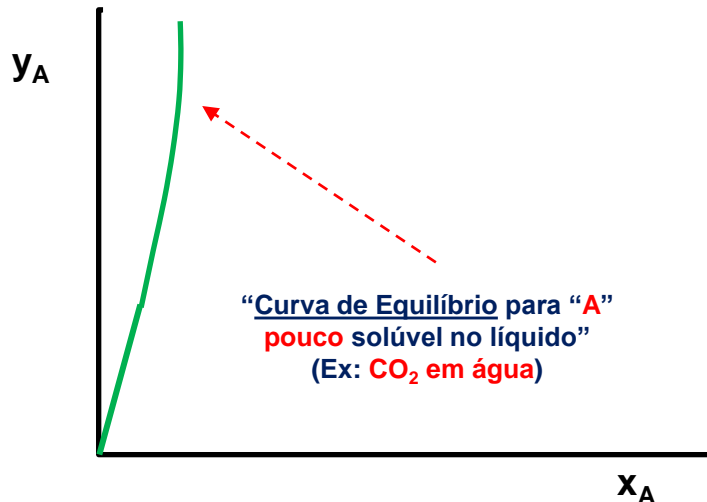
Reescrevendo a relação mostrada anteriormente para os coeficientes global e local para a **Fase I**, tem-se

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x}$$

De acordo com o gráfico, tem-se: $m \rightarrow 0 \rightarrow K_y \approx k_y$

OBS.: A transferência de massa é controlada pela **Fase I** (Fase Gasosa)

- **b) O componente "A" é pouco solúvel no líquido:**



Reescrevendo a relação mostrada anteriormente para os coeficientes global e local para a **Fase II**, tem-se

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m'k_y}$$

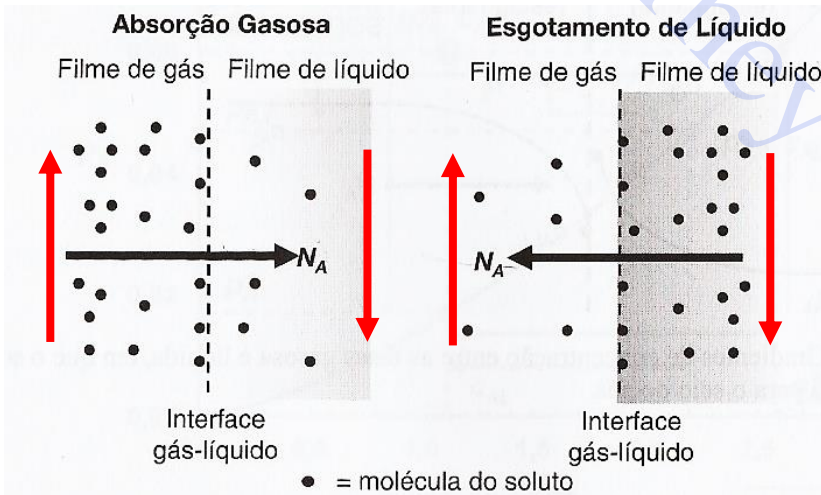
De acordo com o gráfico, tem-se: $m' \rightarrow \infty \rightarrow K_x \approx k_x$

OBS.: A transferência de massa é controlada pela **Fase II** (Fase Líquida)

4 . Transferência de Massa por Convecção

4.8 “Absorção Gasosa” versus “Esgotamento de Líquido”

No processo de “**Esgotamento de Líquido**”, o soluto “A” dissolvido no seio do líquido é a fonte para transferência de massa e o seio da fase gasosa é o sorvedouro para a transferência de massa (é o processo inverso ao da “**Absorção Gasosa**”)



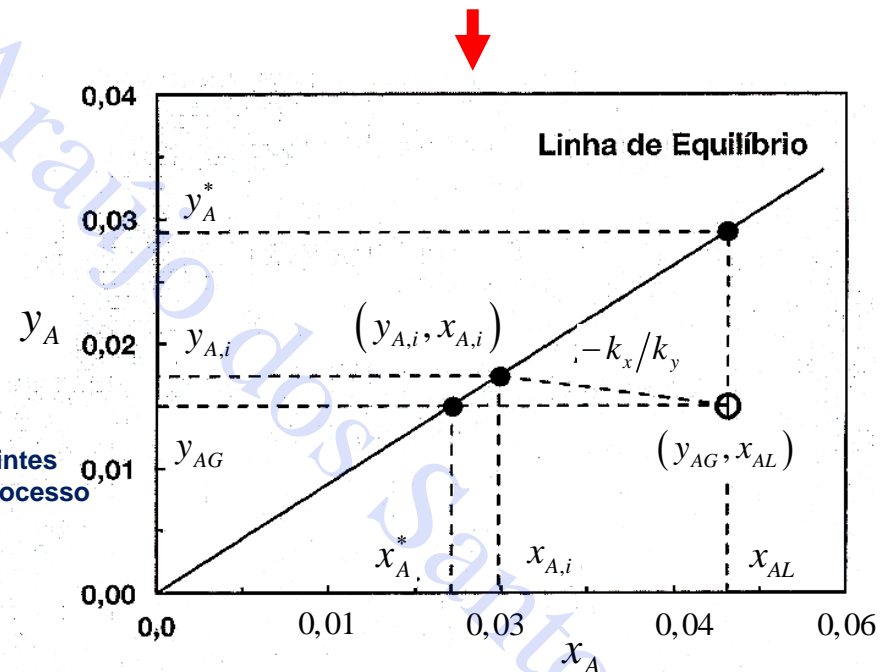
Fonte: Welty et al. (2017)

Desta forma geral, para uma linha não linear de equilíbrio, as seguintes relações entre os coeficientes **globais** e **individuais** são das para o processo de “**Esgotamento de Líquido**”:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x} \quad \text{e} \quad \frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m'k_y}$$

Com: $m = \frac{y_{A,i} - y_{AG}}{x_{A,i} - x_A^*}$ e $m' = \frac{y_A^* - y_{A,i}}{x_{AL} - x_{A,i}}$

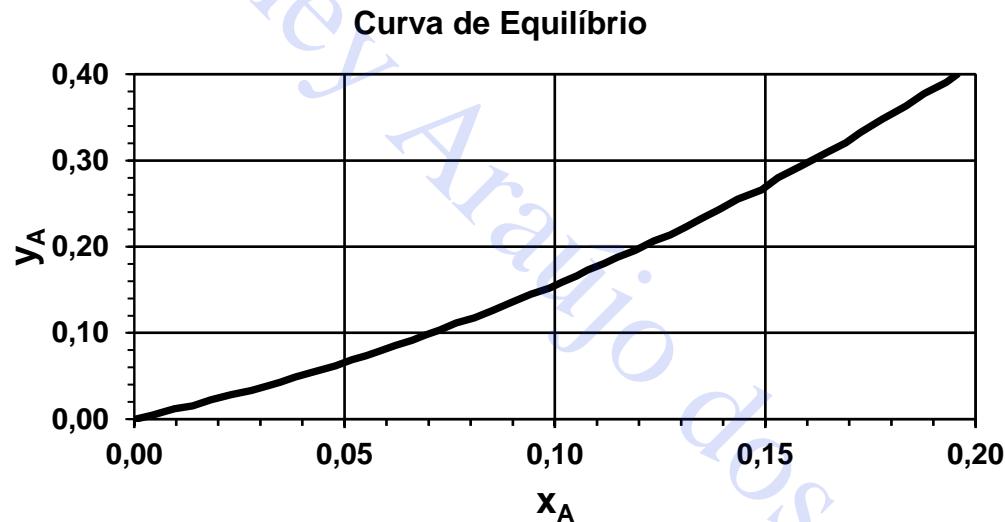
No processo de “**Esgotamento de Líquido**” o ponto de operação (x_{AL} e y_{AG}) está abaixo da curva de equilíbrio, como pode ser visto no gráfico abaixo (sentido do fluxo de “A” da fase líquida para a fase gasosa)



Fonte (Modificado): Welty et al. (2017)

4 . Transferência de Massa por Convecção

Exercício Proposto 1: Um processo de absorção gasosa é usado para remover amônia (NH_3) de uma mistura gasosa de amônia e ar, usando água líquida como solvente. No presente processo, o seio da corrente gasosa contém **30%** em mol de NH_3 e o seio da corrente líquida contém **5%** em mol de NH_3 dissolvida. A distribuição de equilíbrio de NH_3 entre as fases gasosa e líquida a **30°C** e **1,0 atm** de pressão total do sistema é apresentada na Figura abaixo. Nas condições do processo, o coeficiente individual de transferência de massa do filme líquido é $k_x = 0,030 \text{ kmol/m}^2\cdot\text{s}$ e o coeficiente individual de transferência de massa do filme de gás é $k_y = 0,010 \text{ kmol/m}^2\cdot\text{s}$.



Determine as composições da interface nas fases gasosa e líquida ($x_{A,i}$ e $y_{A,i}$), o coeficiente global de transferência de massa baseado na força motriz na fase gasosa (K_y) e o **fluxo de NH_3** do seio da fase gasosa para o seio da fase líquida

Bibliografia

ÇENGEL, Y.A e GHAJAR, A.J.; *Transferência de calor e massa, McGraw Hill, 4ª edição, 2012.*

WELTY, J. R.; RORRER, G. L.; FOSTER, D.G. Fundamentos de Transferência de Momento, de Calor e de Massa; tradução e revisão técnica Verônica Calado, 6. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2017.